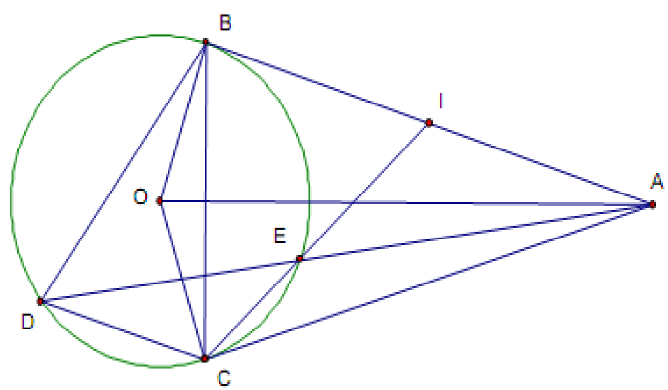
VIETMATHS.NET

HỘI NHỮNG NGƯỜI YÊU THÍCH TOÁN HỌC

---

50 BÀI TẬP HÌNH HỌC 9
ÔN THI VÀO THPT

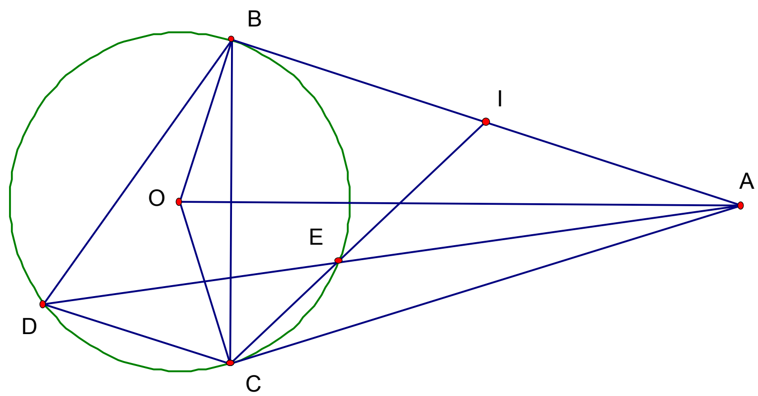


Google Plus: https://plus.google.com/+Vietmaths

Facebook: https://facebook.com/kinhtoanhoc

Bài 51: Cho (O), từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tt AB và AC với đường tròn. Kẻ dây CD//AB. Nối AD cắt đường tròn (O) tại E.

1. C/m ABOC nội tiếp.
2. Chứng tỏ AB^2=AE.AD.
3. C/m góc $\widehat{AOC} = \widehat{ACB}$ và ΔBDC cân.
4. CE kéo dài cắt AB ở I. C/m IA=IB.



Hình 51

1/C/m: ABOC nt:(HS tự c/m)

2/C/m: AB^2=AE.AD. Chứng minh $\Delta ADB \backsim \Delta ABE$, vì có $\hat{E}$ chung.

Sđ $\widehat{ABE} = \frac{1}{2}$ sđ cung $\overset{\frown}{BE}$ (góc giữa tt và 1 dây)

Sđ $\widehat{BDE} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BE}$ (góc nt chắn $\overset{\frown}{BE}$)

3/C/m $\widehat{AOC} = \widehat{ACB}$

* Do ABOC nt$\Rightarrow$ $\widehat{AOC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn cung AC); vì AC = AB (t/c 2 tt cắt nhau) $\Rightarrow$ ΔABC cân ở A$\Rightarrow$ $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{ACB}$

* sđ $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BEC}$ (góc giữa tt và 1 dây); sđ $\widehat{BDC} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BEC}$ (góc nt)

$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{ACB}$ mà $\widehat{ABC} = \widehat{BDC}$ (do CD//AB) $\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BCD}$ $\Rightarrow$ ΔBDC cân ở B.

4/ Ta có $\hat{I}$ chung; $\widehat{IBE} = \widehat{ECB}$ (góc giữa tt và 1 dây; góc nt chắn cung BE)$\Rightarrow$ $\Delta IBE \backsim \Delta ICB \Rightarrow \frac{IE}{IB} = \frac{IB}{IC} \Rightarrow IB^2$=IE.IC❶

Xét 2 ΔIAE và ICA có $\hat{I}$ chung; sđ $\widehat{IAE} = \frac{1}{2}$ sđ $(\overset{\frown}{DB} - \overset{\frown}{BE})$ mà ΔBDC cân ở B$\Rightarrow$

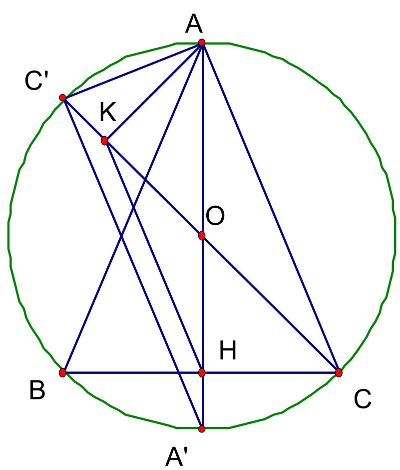
$\overset{\frown}{DB} = \overset{\frown}{BC} \Rightarrow$sđ $\widehat{IAE}$ = sđ $(\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{BE}) = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{CE}$= sđ $\widehat{ECA}$

$\Rightarrow \Delta IAE \backsim \Delta ICA \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{IE}{IA} \Rightarrow IA^2$=IE.IC ❷Từ ❶và❷$\Rightarrow IA^2 = IB^2 \Rightarrow$ IA=IB

Bài 52:

Cho ΔABC (AB=AC); BC=6; Đường cao AH=4(cùng đơn vị độ dài), nội tiếp trong (O) đường kính AA'.

1. Tính bán kính của (O).
2. Kẻ đường kính CC'. Tứ giác ACA'C' là hình gì?
3. Kẻ $AK \perp CC'$. C/m AKHC là hình thang cân.
4. Quay ΔABC một vòng quanh trục AH. Tính diện tích xung quanh của hình được tạo ra.



Hình 52

1/Tính OA:ta có BC=6; đường cao AH=4 $\Rightarrow$ AB=5; $\Delta ABA'$ vuông ở B$\Rightarrow BH^2=AH.A'H$

$\Rightarrow A'H=\frac{BH^2}{AH}=\frac{9}{4}$

$\Rightarrow AA'=AH+HA'=\frac{25}{4}$

$\Rightarrow AO=\frac{25}{8}$

2/ACA'C' là hình gì?

Do O là trung điểm AA' và CC'$\Rightarrow$ACA'C' là Hình bình hành. Vì AA'=CC'(đường kính của đường tròn)$\Rightarrow$AC'A'C là hình chữ nhật.

3/ C/m: AKHC là thang cân:

◆ ta có $\widehat{AKC}=\widehat{AHC}=1v\Rightarrow$AKHC nội tiếp.$\Rightarrow\widehat{HKC}=\widehat{HAC}$(cùng chắn cung HC) mà ΔOAC cân ở O$\Rightarrow\widehat{OAC}=\widehat{OCA}\Rightarrow\widehat{HKC}=\widehat{HCA}\Rightarrow$HK//AC$\Rightarrow$AKHC là hình thang.

◆ Ta lại có:$\widehat{KAH}=\widehat{KCH}$ (cùng chắn cung KH)$\Rightarrow\widehat{KAO}+\widehat{OAC}=\widehat{KCH}+\widehat{OCA}\Rightarrow$Hình thang AKHC có hai góc ở đáy bằng nhau.Vậy AKHC là thang cân.

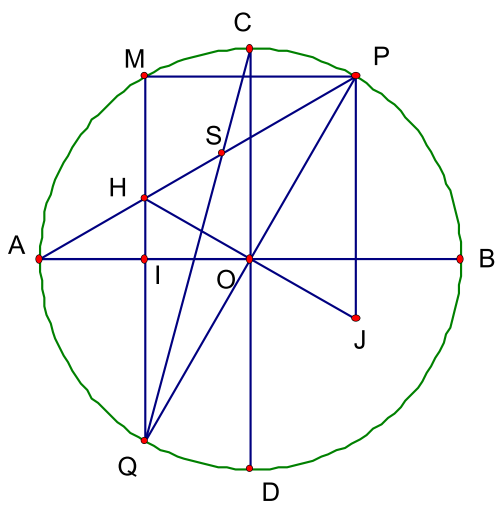
4/ Khi Quay Δ ABC quanh trục AH thì hình được sinh ra là hình nón. Trong đó BH là bán kính đáy; AB là đường sinh; AH là đường cao hình nón.

$S_{xq}=\frac{1}{2}p.d=\frac{1}{2}.2\pi.BH.AB=15\pi$

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\pi BH^2.AH=12\pi$

Bài 53:Cho(O) và hai đường kính AB; CD vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm OA. Qua I vẽ dây MQ⊥OA (M∈ cung AC ; Q∈ AD). Đường thẳng vuông góc với MQ tại M cắt (O) tại P.

1. C/m: a/ PMIO là thang vuông.
   b/ P; Q; O thẳng hàng.
2. Gọi S là Giao điểm của AP với CQ. Tính Góc $\widehat{CSP}$.
3. Gọi H là giao điểm của AP với MQ. Cmr:
   a/ MH.MQ= MP^2.
   b/ MP là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔQHP.



Hình 53

1/ a/ C/m MPOI là thang vuông.
Vì OI⊥MI; CO⊥IO(gt) ⇒CO//MI mà MP⊥CO ⇒MP⊥MI⇒MP//OI⇒MPOI là thang vuông.
b/ C/m: P; Q; O thẳng hàng:
Do MPOI là thang vuông ⇒$\widehat{IMP}$=1v hay $\widehat{QMP}$=1v⇒ QP là đường kính của (O)⇒ Q; O; P thẳng hàng.
2/ Tính góc CSP:
Ta có
sđ $\widehat{CSP}=\frac{1}{2}$sđ(AQ+CP) (góc có đỉnh nằm trong đường tròn) mà cung CP = CM và CM=QD ⇒ CP=QD ⇒ sđ $\widehat{CSP}=\frac{1}{2}$sđ(AQ+CP)= sđ $\widehat{CSP}=\frac{1}{2}$sđ(AQ+QD) $=\frac{1}{2}$sđAD=45^o. Vậy $\widehat{CSP}$=45^o.

3/ a/ Xét hai tam giác vuông: MPQ và MHP có : Vì Δ AOM cân ở O; I là trung điểm AO; MI⊥AO⇒ΔMAO là tam giác cân ở M⇒ ΔAMO là tam giác đều ⇒ cung AM=60^o và MC = CP =30^o ⇒ cung MP = 60^o. ⇒ cung AM=MP ⇒ góc $\widehat{MPH}$= $\widehat{MQP}$ (góc nt chắn hai cung bằng nhau.)⇒ ΔMHP∽ΔMQP⇒ đpcm.

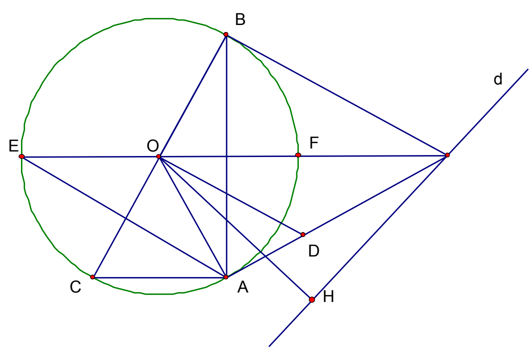
b/ C/m MP là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp Δ QHP.

Gọi J là tâm đtròn ngoại tiếp ΔQHP.Do cung AQ=MP=60^o⇒ ΔHQP cân ở H và $\widehat{QHP}$=120^o⇒J nằm trên đường thẳng HO⇒ ΔHPJ là tam giác đều mà $\widehat{HPM}$=30^o⇒$\widehat{MPH}$+$\widehat{HPJ}$=$\widehat{MPJ}$=90^o hay JP⊥MP tại P nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔHPQ ⇒đpcm.

Bài 54:

Cho (O;R) và một cát tuyến d không đi qua tâm O.Từ một điểm M trên d và ở ngoài (O) ta kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn; BO kéo dài cắt (O) tại điểm thứ hai là C.Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống d.Đường thẳng vuông góc với BC tại O cắt AM tại D.

1. C/m A; O; H; M; B cùng nằm trên 1 đường tròn.
2. C/m AC//MO và MD=OD.
3. Đường thẳng OM cắt (O) tại E và F. Chứng tỏ MA^2=ME.MF
4. Xác định vị trí của điểm M trên d để ΔMAB là tam giác đều.Tính diện tích phần tạo bởi hai tt với đường tròn trong trường hợp này.



Hình 54

1/Chứng minh $\widehat{OBM}=\widehat{OAM}=\widehat{OHM}$=1v

2/◆ C/m AC//OM: Do MA và MB là hai tt cắt nhau ⇒$\widehat{BOM}=\widehat{OMB}$ và MA=MB ⇒MO là đường trung trực của AB⇒MO⊥AB.

Mà $\widehat{BAC}$=1v (góc nt chắn nửa đtròn ⇒CA⊥AB. Vậy AC//MO.

◆C/mMD=OD. Do OD//MB (cùng ⊥CB)⇒$\widehat{DOM}=\widehat{OMB}$(so le) mà $\widehat{OMB}=\widehat{OMD}$(cmt)⇒DOM=DMO⇒ΔDOM cân ở D⇒đpcm.

3/C/m: MA^2=ME.MF: Xét hai tam giác AEM và MAF có góc $\widehat{M}$ chung.

Sđ $\widehat{EAM}=\frac{1}{2}$ sd cungAE(góc giữa tt và 1 dây)

Sđ $\widehat{AFM}=\frac{1}{2}$ sđcungAE(góc nt chắn cungAE) ⇒$\widehat{EAM}=\widehat{AFM}$

⇒ΔMAE∽ΔMFA⇒đpcm.

4/◆Vì AMB là tam giác đều⇒góc $\widehat{OMA}=30^o$⇒OM=2OA=2OB=2R

◆Gọi diện tích cần tính là S.Ta có S=$S_{OAMB}-S_{\text{quạt }AOB}$

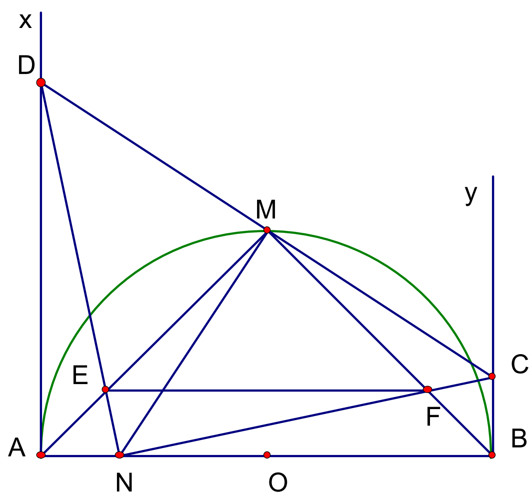
Ta có AB=AM=$\sqrt{OM^2-OA^2}$ =R$\sqrt{3}$⇒S AMBO=$\frac{1}{2}$BA.OM= $\frac{1}{2}$.2R. R$\sqrt{3}$ =

$R^2\sqrt{3}$⇒ $S_{quạt}=\frac{\pi R^2.120}{360}=\frac{\pi R^2}{3}$ ⇒S= $R^2\sqrt{3}-\frac{\pi R^2}{3}=\frac{(3\sqrt{3}-\pi)R^2}{3}$

Bài 55:

Cho nửa (O) đường kính AB, vẽ các tiếp tuyến Ax và By cùng phía với nửa đường tròn. Gọi M là điểm chính giữa cung AB và N là một điểm bất kỳ trên đoạn AO. Đường thẳng vuông góc với MN tại M lần lượt cắt Ax và By ở D và C.

1. C/m $\widehat{AMN}=\widehat{BMC}$.
2. C/m$\Delta ANM=\Delta BMC$.
3. DN cắt AM tại E và CN cắt MB ở F.C/m FE$\perp$Ax.
4. Chứng tỏ M cũng là trung điểm DC.



Hình 55

1/C/m $\widehat{AMN}=\widehat{BMA}$.

Ta có $\widehat{AMB}$=1v(góc nt chắn nửa đtròn) và do NM$\perp$DC$\Rightarrow\widehat{NMC}$=1v vậy:
$\widehat{AMB}=\widehat{AMN}+\widehat{NMB}=\widehat{NMB}+\widehat{BMC}$=1v$\Rightarrow$ $\widehat{AMN}=\widehat{BMA}$.

2/C/m $\Delta ANM=\Delta BCM$:

Do cung AM=MB=90^o.$\Rightarrow$dây AM=MB và $\widehat{MAN}=\widehat{MBA}=45^o$.($\Delta AMB$ vuông cân ở M)$\Rightarrow\widehat{MAN}=\widehat{MBC}=45^o$.

Theo c/mt thì $\widehat{CMB}=\widehat{AMN}\Rightarrow$ $\Delta ANM=\Delta BCM$(gcg)

3/C/m EF$\perp$Ax.

Do ADMN nt$\Rightarrow\widehat{AMN}=\widehat{AND}$(cùng chắn cung AN)
Do MNBC nt$\Rightarrow\widehat{BMC}=\widehat{CNB}$(cùng chắn cung CB)
Mà $\widehat{AMN}=\widehat{BMC}$ (chứng minh câu 1)
$\Rightarrow$ $\widehat{AND}=\widehat{CNB}$

Ta lại có $\widehat{AND}+\widehat{DNA}$=1v$\Rightarrow\widehat{CNB}+\widehat{DNA}$=1v $\Rightarrow\widehat{ENC}$=1v mà $\widehat{EMF}$=1v $\Rightarrow$EMFN nội tiếp $\Rightarrow\widehat{EMN}=\widehat{EFN}$(cùng chắn cung NE)$\Rightarrow$ $\widehat{EFN}=\widehat{FNB}$

$\Rightarrow$ EF//AB mà AB$\perp$Ax $\Rightarrow$ EF$\perp$Ax.

4/C/m M cũng là trung điểm DC:

Ta có $\widehat{NCM}=\widehat{MBN}=45^o$.(cùng chắn cung MN).

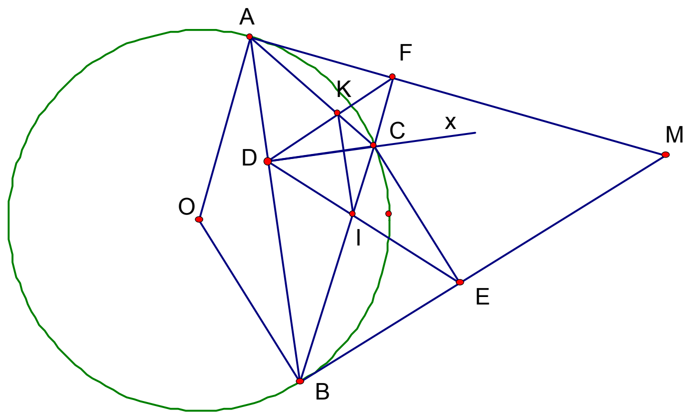
$\Rightarrow\Delta NMC$ vuông cân ở M$\Rightarrow$ MN=NC. Và ΔNDC vuông cân ở N$\Rightarrow\widehat{NDM}=45^o$.

$\Rightarrow\Delta MND$ vuông cân ở M$\Rightarrow$ MD=MN$\Rightarrow$ MC= DM $\Rightarrow$đpcm.

Bài 56:

Từ một điểm M nằm ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn. Trên cung nhỏ AB lấy điểm C và kẻ CD⊥AB; CE⊥MA; CF⊥MB. Gọi I và K là giao điểm của AC với DE và của BC với DF.

1. C/m AECD nt.
2. C/m:CD^2=CE.CF
3. Cmr: Tia đối của tia CD là phân giác của góc $\widehat{FCE}$.
4. C/m IK//AB.



Hình 56

1/C/m: AECD nt: (dùng phương pháp tổng hai góc đối)

2/C/m: CD^2=CE.CF.

Xét hai tam giác CDF và CDE có:

-Do AECD nt⇒$\widehat{CED}=\widehat{CAD}$(cùng chắn cung CD)

-Do BFCD nt⇒$\widehat{CDF}=\widehat{CBF}$(cùng chắn cung CF)

Mà sđ $\widehat{CAD}=\frac{1}{2}$ sđ cung BC(góc nt chắn cung BC)

Và sđ $\widehat{CBF}=\frac{1}{2}$ sđ cung BC(góc giữa tt và 1 dây)⇒$\widehat{FDC}=\widehat{DEC}$❶

Do AECD nt và BFCD nt ⇒$\widehat{DCE}+\widehat{DAE}=\widehat{DCF}+\widehat{DBF}$=2v.Mà $\widehat{MBD}=\widehat{DAM}$(t/c hai tt cắt nhau)⇒$\widehat{DCF}=\widehat{DCE}$❷.Từ ❶và ❷⇒ΔCDF∽ΔCED⇒đpcm.

3/Gọi tia đối của tia CD là Cx,Ta có góc $\widehat{xCF}=180^o-\widehat{FCD}$ và $\widehat{xCE}=180^o-\widehat{ECD}$.Mà theo cmt có: $\widehat{FCD}=\widehat{ECD}$⇒ $\widehat{xCF}=\widehat{xCE}$.⇒đpcm.

4/C/m: IK//AB.

Ta có $\widehat{CBF}=\widehat{FDC}=\widehat{DAC}$(cmt)

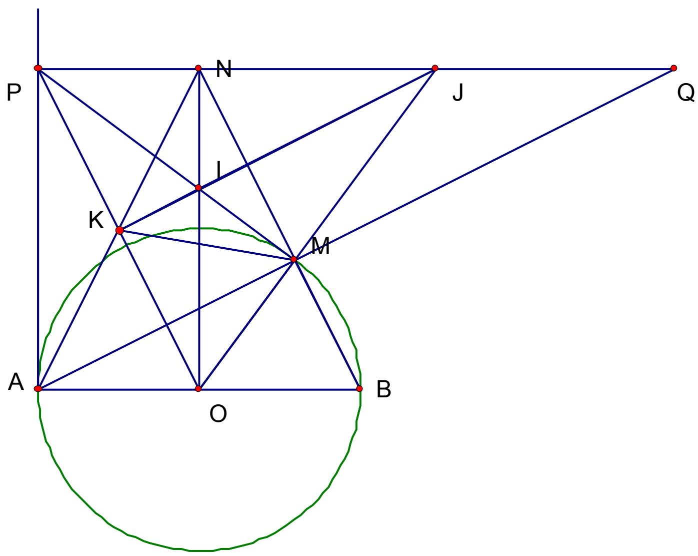
Do ADCE nt⇒$\widehat{CDE}=\widehat{CAE}$(cùng chắn cung CE)

$\widehat{ABC}+\widehat{CAE}$(góc nt và góc giữa tt... cùng chắn 1 cung)⇒$\widehat{CBA}=\widehat{CDI}$.trong ΔCBA có $\widehat{BCA}+\widehat{CBA}+\widehat{CAD}$=2v hay $\widehat{KCI}+\widehat{KDI}$=2v⇒DKCI nội tiếp⇒ $\widehat{KDC}=\widehat{KIC}$ (cùng chắn cung CK)⇒$\widehat{KIC}=\widehat{BAC}$⇒KI//AB.

Bài 57:

Cho (O; R) đường kính AB, Kẻ tiếp tuyến Ax và trên Ax lấy điểm P sao cho P>R. Từ P kẻ tiếp tuyến PM với đường tròn.

1. C/m BM/ / OP.
2. Đường vuông góc với AB tại O cắt tia BM tại N. C/m OBPN là hình bình hành.
3. AN cắt OP tại K; PM cắt ON tại I; PN và OM kéo dài cắt nhau ở J. C/m I; J; K thẳng hàng.



Hình 57

1/ C/m:BM//OP:

Ta có MB⊥AM (góc nt chắn nửa đtròn) và OP⊥AM (t/c hai tt cắt nhau)

⇒ MB//OP.

2/ C/m: OBNP là hình bình hành:

Xét hai Δ APO và OBN có $\widehat{A}=\widehat{O}=1v$; OA=OB(bán kính) và do NB//AP ⇒ $\widehat{POA}=\widehat{NBO}$ (đồng vị)⇒ΔAPO=ΔONB⇒ PO=BN. Mà OP//NB (Cmt) ⇒ OBNP là hình bình hành.

3/ C/m:I; J; K thẳng hàng:

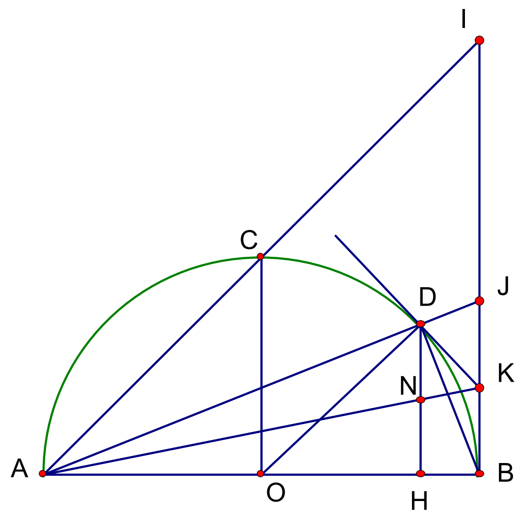
Ta có: PM⊥OJ và PN//OB(do OBNP là hbhành) mà ON⊥AB⇒ON⊥OJ⇒I là trực tâm của ΔOPJ⇒IJ⊥OP.

-Vì PNOA là hình chữ nhật ⇒P; N; O; A; M cùng nằm trên đường tròn tâm K, mà MN//OP⇒ MNOP là thang cân⇒$\widehat{NPO}=\widehat{MOP}$, ta lại có $\widehat{NOM}=\widehat{MPN}$ (cùng chắn cung NM) ⇒ $\widehat{IPO}=\widehat{IOP}$ ⇒ΔIPO cân ở I. Và KP=KO⇒IK⊥PO. Vậy K; I; J thẳng hàng.

Bài 58: Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB; đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt nửa đường tròn tại C. Kẻ tiếp tuyến Bt với đường tròn. AC cắt tiếp tuyến Bt tại I.

1. C/m ΔABI vuông cân
2. Lấy D là 1 điểm trên cung BC, gọi J là giao điểm của AD với Bt. C/m AC.AI=AD.AJ.
3. C/m JDCI nội tiếp.
4. Tiếp tuyến tại D của nửa đường tròn cắt Bt tại K. Hạ DH⊥AB. Cmr: AK đi qua trung điểm của DH.

Hình 58



1/C/m ΔABI vuông cân(Có nhiều cách-sau đây chỉ C/m 1 cách):

-Ta có $\widehat{ACB}$=1v(góc nt chắn nửa đtròn)⇒ΔABC vuông ở C.Vì OC⊥AB tại trung điểm O⇒$\widehat{AOC}$=$\widehat{COB}$=1v

⇒ cung AC=CB=90^o. ⇒$\widehat{CAB}$=45 ^{o}. (góc nt bằng nửa số đo cung bị chắn)

ΔABC vuông cân ở C. Mà Bt⊥AB có góc $\widehat{CAB}$=45 ^{o} ⇒ ΔABI vuông cân ở B.

2/C/m: AC.AI=AD.AJ.

Xét hai ΔACD và AIJ có góc A chung sđ góc $\widehat{CDA}=\frac{1}{2}$ sđ cung AC =45^o.

Mà Δ ABI vuông cân ở B⇒$\widehat{AIB}$=45 ^{o}.⇒$\widehat{CDA}$=$\widehat{AIB}$⇒ ΔADC∽ΔAIJ⇒đpcm

3/ Do $\widehat{CDA}$=$\widehat{CIJ}$ (cmt) và $\widehat{CDA}$+$\widehat{CDJ}$=2v⇒ $\widehat{CDJ}$+$\widehat{CIJ}$=2v⇒CDJI nội tiếp.

4/Gọi giao điểm của AK và DH là N Ta phải C/m:NH=ND

-Ta có:$\widehat{ADB}$=1v và DK=KB(t/c hai tt cắt nhau) ⇒$\widehat{KDB}$=$\widehat{KBD}$.Mà $\widehat{KBD}$+$\widehat{DJK}$= 1v và $\widehat{KDB}$+$\widehat{KDJ}$=1v⇒$\widehat{KJD}$=$\widehat{JDK}$⇒ΔKDJ cân ở K ⇒KJ=KD ⇒KB=KJ.

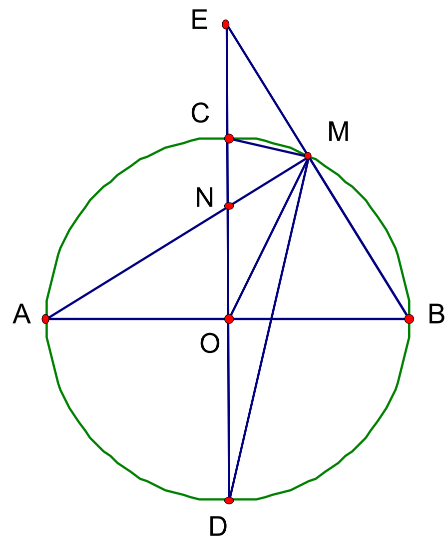
-Do DH⊥ và JB⊥AB(gt)⇒DH//JB. Áp dụng hệ quả Ta lét trong các tam giác AKJ và AKB ta có:

$\frac{DN}{JK}=\frac{AN}{AK};\frac{NH}{KB}=\frac{AN}{AK}\Rightarrow\frac{DN}{JK}=\frac{NH}{KB}$ mà JK=KB⇒DN=NH.

Bài 59:

Cho (O) và hai đường kính AB; CD vuông góc với nhau. Trên OC lấy điểm N; đường thẳng AN cắt đường tròn ở M.

1. Chứng minh: NMBO nội tiếp.
2. CD và đường thẳng MB cắt nhau ở E. Chứng minh CM và MD là phân giác của góc trong và góc ngoài góc AMB
3. C/m hệ thức: AM.DN=AC.DM
4. Nếu ON=NM. Chứng minh MOB là tam giác đều.



Hình 59

1/C/m NMBO nội tiếp:Sử dụng tổng hai góc đối)

2/C/m CM và MD là phân giác của góc trong và góc ngoài góc AMB:

-Do AB⊥CD tại trung điểm O của AB và CD.⇒Cung AD=DB=CB=AC=90^o.

⇒sđ $\overset{\frown}{AMD}=\frac{1}{2}$sđcungAD=45^o.

sđ DMB=$\frac{1}{2}$sđcung DB=45^o.⇒AMD=DMB=45^o.Tương tự CAM=45^o ⇒EMC=CMA=45^o.Vậy CM và MD là phân giác của góc trong và góc ngoài góc AMB.

3/C/m: AM.DN=AC.DM.

Xét hai tam giác ACM và NMD có CMA=NMD=45^o.(cmt)

Và CAM=NDM(cùng chắn cung CM)⇒ΔAMC∽ΔDMN⇒đpcm.

4/Khi ON=NM ta c/m ΔMOB là tam giác đều.

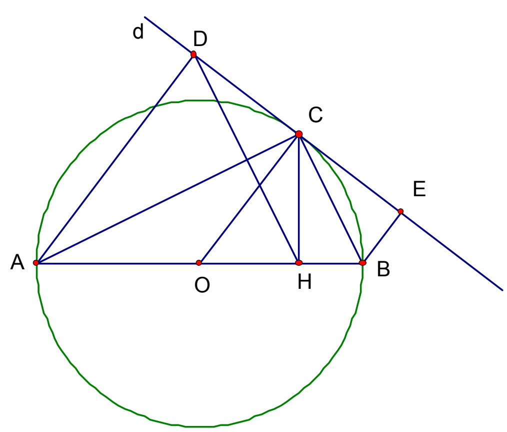
Do MN=ON⇒ΔNMO vcân ở N⇒NMO=NOM.Ta lại có: NMO+OMB=1v và NOM+MOB=1v⇒OMB=MOB.Mà OMB=OBM ⇒OMB=MOB=OBM⇒ΔMOB là tam giác đều.

Bài 60:

Cho (O) đường kính AB, và d là tiếp tuyến của đường tròn tại C. Gọi D; E theo thứ tự là hình chiếu của A và B lên đường thẳng d.

1. C/m: CD=CE.
2. Cmr: AD+BE=AB.
3. Vẽ đường cao CH của ΔABC.Chứng minh AH=AD và BH=BE.
4. Chứng tỏ:CH^2=AD.BE.
5. Chứng minh:DH//CB.

Hình 60



1/C/m: CD=CE:

Do AD$\perp$d;OC$\perp$d;BE$\perp$d $\Rightarrow$AD//OC//BE.Mà OH=OB$\Rightarrow$OC là đường trung bình của hình thang ABED$\Rightarrow$ CD=CE.

2/C/m AD+BE=AB.

Theo tính chất đường trung bình của hình thang ta có:OC=$\frac{BE+AD}{2}$$\Rightarrow$BE+AD=2.OC=AB.

3/C/m BH=BE.Ta có:

sđ $\widehat{BCE}$=$\frac{1}{2}$sdcung CB(góc giữa tt và một dây)

sđ $\widehat{CAB}$=$\frac{1}{2}$sđ cung CB(góc nt)$\Rightarrow$$\widehat{ECB}$=$\widehat{CAB}$;$\Delta$ACB cuông ở C$\Rightarrow$$\widehat{HCB}$=$\widehat{HCA}$ $\Rightarrow$$\widehat{HCB}$=$\widehat{BCE}$$\Rightarrow$ ΔHCB=ΔECB(hai tam giác vuông có 1 cạnh huyền và 1 góc nhọn bằng nhau) $\Rightarrow$HB=BE.

-C/m tương tự có AH=AD.

4/C/m: CH^2=AD.BE.

ΔACB có $\widehat{C}$=1v và CH là đường cao $\Rightarrow$$CH^2$=AH.HB. Mà AH=AD;BH=BE $\Rightarrow$ CH^2=AD.BE.

5/C/m DH//CB.

Do ADCH nội tiếp $\Rightarrow$ $\widehat{CDH}$=$\widehat{CAH}$ (cùng chắn cung CH) mà $\widehat{CAH}$=$\widehat{ECB}$ (cmt) $\Rightarrow$ $\widehat{CDH}$=$\widehat{ECB}$ $\Rightarrow$DH//CB.

Bài 61:

Cho ΔABC có: $\widehat{A}=1v$.D là một điểm nằm trên cạnh AB.Đường tròn đường kính BD cắt BC tại E.các đường thẳng CD;AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai F và G.

1. C/m CAFB nội tiếp.
2. C/m AB.ED=AC.EB
3. Chứng tỏ AC//FG.
4. Chứng minh rằng AC;DE;BF đồng quy.

Hình 61

1/C/m CAFB nội tiếp(Sử dụng Hai điểm A; Fcùng làm với hai đầu đoạn thẳng BC)

2/C/m ΔABC và ΔEBD đồng dạng.

3/C/m AC//FG:

Do ADEC nội tiếp $\Rightarrow\widehat{ACD}=\widehat{AED}$(cùng chắn cung AD).

Mà $\widehat{DFG}=\widehat{DEG}$(cùng chắn cung GD)$\Rightarrow\widehat{ACF}=\widehat{CFG}\Rightarrow$AC//FG.

4/C/m AC; ED; FB đồng quy:

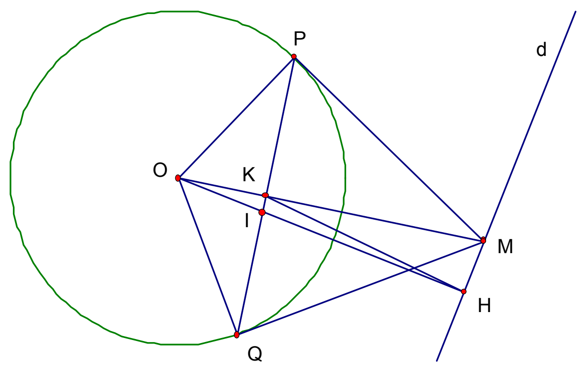
AC và FB kéo dài cắt nhau tại K.Ta phải c/m K; D; E thẳng hàng.

$BA\perp CK$ và $CF\perp KB$; $AB\cap CF=D\Rightarrow$D là trực tâm của $\Delta KBC\Rightarrow KD\perp CB$. Mà $DE\perp CB$(góc nt chắn nửa đường tròn)$\Rightarrow$Qua điểm D có hai đường thẳng cùng vuông góc với BC$\Rightarrow$Ba điểm K;D;E thẳng hàng.$\Rightarrow$đpcm.

Bài 62:

Cho (O;R) và một đường thẳng d cố định không cắt (O).M là điểm di động trên d.Từ M kẻ tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn..Hạ OH⊥d tại H và dây cung PQ cắt OH tại I;cắt OM tại K.

1. C/m: MHIK nội tiếp.
2. 2/C/m OJ.OH=OK.OM=R^2.
3. CMr khi M di động trên d thì vị trí của I luôn cố định.



Hình 62

1/C/m MHIK nội tiếp. (Sử dụng tổng hai góc đối)

2/C/m: OJ.OH=OK.OM=R^2.

-Xét hai tam giác OIM và OHK có $\widehat{O}$ chung.

Do HIKM nội tiếp⇒$\widehat{IHK}=\widehat{IMK}$(cùng chắn cung IK) ⇒ΔOHK∽ΔOMI

$\Rightarrow \frac{OH}{OM}=\frac{OK}{OI}$⇒OH.OI=OK.OM ❶

OPM vuông ở P có đường cao PK.áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có:OP^2=OK.OM❷.Từ ❶và ❷⇒đpcm.

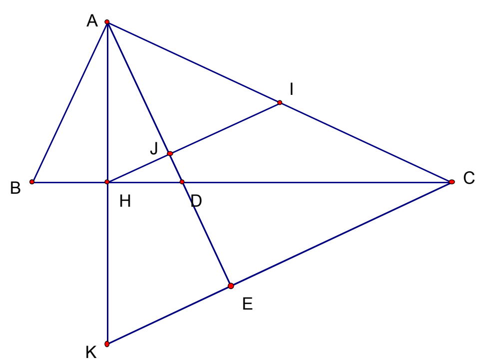
4/Theo cm câu2 ta có OI=$\frac{R^2}{OH}$ mà R là bán kính nên không đổi.d cố định nên OH không đổi ⇒OI không đổi.Mà O cố định ⇒I cố định.

Bài 63:

Cho Δ vuông ABC($\widehat{A}$=1v) và AB<AC.Kẻ đường cao AH.Trên tia đối của tia HB lấy HD=HB rồi từ C vẽ đường thẳng CE⊥AD tại E.

1. C/m AHEC nội tiếp.
2. Chứng tỏ CB là phân giác của góc $\widehat{ACE}$ và ΔAHE cân.
3. C/m HE^2=HD.HC.
4. Gọi I là trung điểm AC.HI cắt AE tại J.Chứng minh: DC.HJ=2IJ.BH.
5. EC kéo dài cắt AH ở K.Cmr AB//DK và tứ giác ABKD là hình thoi.

Hình 63



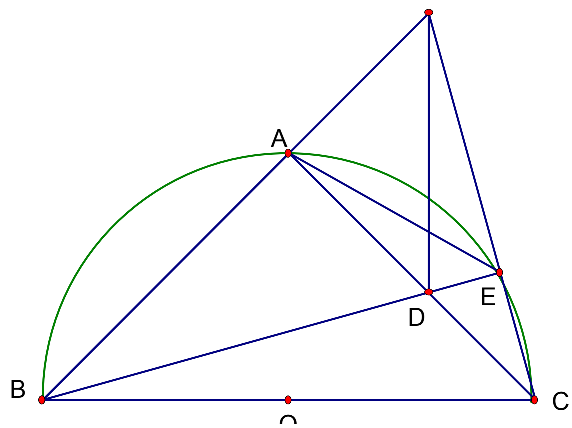
1/C/m AHEC nt (sử dụng hai điểm E và H...)
2/C/m CB là phân giác của ACE
Do AH⊥DB và BH=HD
⇒ΔABD là tam giác cân ở A ⇒$\widehat{BAH}$=$\widehat{HAD}$ mà $\widehat{BAH}$=$\widehat{HCA}$ (cùng phụ với góc $\widehat{B}$).
Do AHEC nt ⇒$\widehat{HAD}$=$\widehat{HCE}$ (cùng chắn cung HE)
⇒$\widehat{ACB}$=$\widehat{BCE}$
⇒đpcm

-C/m ΔHAE cân: Do $\widehat{HAD}$=$\widehat{ACH}$(cmt) và $\widehat{AEH}$=$\widehat{ACH}$(cùng chắn cung AH)
⇒$\widehat{HAE}$=$\widehat{AEH}$⇒ΔAHE cân ở H.
3/C/m: HE^2=HD.HC.Xét 2 ΔHED và HEC có $\widehat{H}$ chung.Do AHEC nt ⇒$\widehat{DEH}$=$\widehat{ACH}$(cùng chắn cung AH) mà ACH=$\widehat{HCE}$(cmt) ⇒DEH=HCE ⇒ΔHED∽ΔHCE⇒đpcm.
4/C/m DC.HJ=2IJ.BH:
✸Do HI là trung tuyến của tam giác vuông AHC⇒HI=IC⇒ΔIHC cân ở I
⇒$\widehat{IHC}$=$\widehat{ICH}$.Mà $\widehat{ICH}$=$\widehat{HCE}$(cmt)⇒$\widehat{IHC}$=$\widehat{HCE}$⇒HI//EC.Mà I là trung điểm của AC⇒JI là đường trung bình của ΔAEC⇒JI=$\frac{1}{2}$EC.
✸Xét hai ΔHJD và EDC có: -Do HJ//Ecvà EC⊥AE⇒HJ⊥JD ⇒$\widehat{HJD}$=$\widehat{DEC}$=1v và $\widehat{HDJ}$=$\widehat{EDC}$(đđ)⇒ΔJDH~ΔEDC⇒$\frac{JH}{EC}=\frac{HD}{DC}$
⇒JH.DC=EC.HD mà HD=HB và EC=2JI⇒đpcm
5/Do AE⊥KC và CH⊥AK AE và CH cắt nhau tại D⇒D là trực tâm của ΔACK⇒KD⊥AC mà AB⊥AC(gt)⇒KD//AB
-Do CH⊥AK và CH là phân giác của ΔCAK(cmt)⇒ΔACK cân ở C và AH=KH;Ta lại có BH=HD(gt),mà H là giao điểm 2 đường chéo của tứ giác ABKD⇒ ABKD là hình bình hành.Nhưng DB⊥AK⇒ ABKD là hình thoi.

Bài 64:

Cho tam giác ABC vuông cân ở A.Trong góc $\widehat{B}$,kẻ tia Bx cắt AC tại D,kẻ CE $\perp$Bx tại E.Hai đường thẳng AB và CE cắt nhau ở F.

1. C/m FD$\perp$BC,tính góc $\widehat{BFD}$
2. C/m ADEF nội tiếp.
3. Chứng tỏ EA là phân giác của góc $\widehat{DEF}$
4. Nếu Bx quay xung quanh điểm B thì E di động trên đường nào?



Hình 64

1/ C/m: FD$\perp$BC: Do $\widehat{BEC}$=1v;$\widehat{BAC}$=1v(góc nt chắn nửa đtròn).Hay BE$\perp$FC; và CA$\perp$FB.Ta lại có BE cắt CA tại D$\Rightarrow$D là trực tâm của ΔFBC$\Rightarrow$FD$\perp$BC.

Tính góc $\widehat{BFD}$:Vì FD$\perp$BC và BE$\perp$FC nên $\widehat{BFD}$=$\widehat{ECB}$(Góc có cạnh tương ứng vuông góc).Mà $\widehat{ECB}$=$\widehat{ACB}$(cùng chắn cung AB) mà $\widehat{ACB}$=45^o$\Rightarrow$$\widehat{BFD}$=45^o

2/C/m:ADEF nội tiếp:Sử dụng tổng hai góc đối.

3/C/m EA là phân giác của góc $\widehat{DEF}$.

Ta có $\widehat{AEB}$=$\widehat{ACB}$(cùng chắn cung AB).Mà $\widehat{ACB}$=45^o(ΔABC vuông cân ở A)

$\Rightarrow$$\widehat{AEB}$=45^o.Mà $\widehat{DEF}$=90^o$\Rightarrow$$\widehat{FEA}$=$\widehat{AED}$=45^o$\Rightarrow$EA là phân giác...

4/Nếu Bx quay xung quanh B :

-Ta có $\widehat{BEC}$=1v;BC cố định.

-Khi Bx quay xung quanh B Thì E di động trên đường tròn đường kính BC.

-Giới hạn:Khi Bx$\equiv$ BC Thì E$\equiv$C;Khi Bx$\equiv$AB thì E$\equiv$A. Vậy E chạy trên cung phần tư AC của đường tròn đường kính BC.

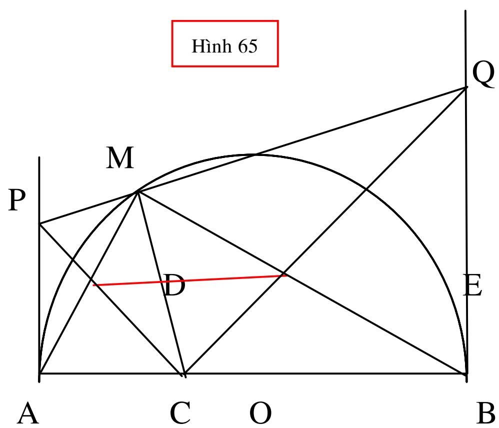
Bài 65:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy điểm M, Trên AB lấy điểm C sao cho AC<CB. Gọi Ax; By là hai tiếp tuyến của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với MC cắt Ax ở P; đường thẳng qua C và vuông góc với CP cắt By tại Q. Gọi D là giao điểm của CP với AM; E là giao điểm của CQ với BM.

1/cm: ACMP nội tiếp.

2/Chứng tỏ AB//DE

3/C/m: M; P; Q thẳng hàng.



1/Chứng minh:ACMP nội tiếp(dùng tổng hai góc đối)

2/C/m AB//DE:

Do ACMP nội tiếp $\Rightarrow \widehat{PAM}=\widehat{CPM}$(cùng chắn cung PM)

Chứng minh tương tự,tứ giác MDEC nội tiếp$\Rightarrow \widehat{MCD}=\widehat{DEM}$(cùng chắn cung MD).Ta lại có:

Sđ $\widehat{PAM}=\frac{1}{2}$ sđ cung AM(góc giữa tt và 1 dây)

Sđ $\widehat{ABM}=\frac{1}{2}$ sđ cung AM(góc nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{ABM}=\widehat{MED}\Rightarrow$DE//AB

3/C/m M;P;Q thẳng hàng:

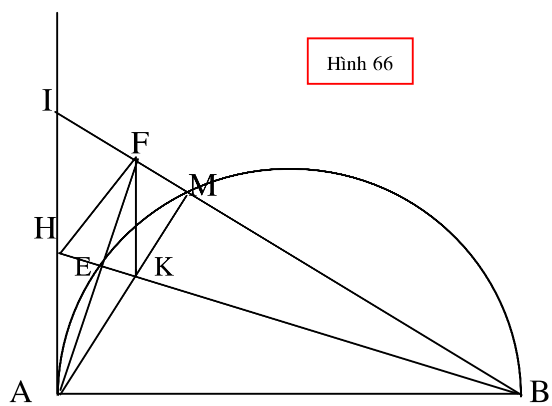
Do $\widehat{MPC}+\widehat{MCP}$=1v(tổng hai góc nhọn của tam giác vuông PMC) và $\widehat{PCM}+\widehat{MCQ}$=1v $\Rightarrow \widehat{MPC}=\widehat{MCQ}$.

Ta lại có ΔPCQ vuông ở C$\Rightarrow \widehat{MPC}+\widehat{PQC}$=1v$\Rightarrow \widehat{MCQ}+\widehat{CQP}$=1v hay $\widehat{CMQ}$=1v$\Rightarrow \widehat{PMC}+\widehat{CMQ}$=2v$\Rightarrow$P;M;Q thẳng hàng.

Bài 66:

Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và một điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đưởng tròn, người ta kẻ tiếp tuyến Ax.Tia BM cắt tia Ax tại I. Phân giác góc $\widehat{IAM}$ cắt nửa đường tròn tại E; cắt tia BM tại F; Tia BE cắt Ax tại H; cắt AM tại K.

1. C/m: IA^2=IM.IB .
2. C/m: ΔBAF cân.
3. C/m AKFH là hình thoi.
4. Xác định vị trí của M để AKFI nội tiếp được.



1/C/m: IA^2=IM.IB: (chứng minh hai tam giác IAB và IAM đồng dạng)

2/C/m ΔBAF cân:

Ta có sđ $\widehat{EAB}=\frac{1}{2}$sđ cung BE(góc nt chắn cung BE)

Sđ $\widehat{AFB}=\frac{1}{2}$sđ (AB -EM)(góc có đỉnh ở ngoài đtròn)

Do AF là phân giác của góc $\widehat{IAM}$ nên $\widehat{IAM}=\widehat{FAM}$⇒cung AE=EM

⇒ sđ $\widehat{AFB}=\frac{1}{2}$sđ(AB-AE)= $\frac{1}{2}$sđ cung BE⇒$\widehat{FAB}=\widehat{AFB}$⇒đpcm.

3/C/m: AKFH là hình thoi:

Do cung AE=EM(cmt)⇒$\widehat{MBE}=\widehat{EBA}$⇒BE là phân giác của Δcân $\widehat{ABF}$

⇒ BH⊥FA và AE=FA⇒E là trung điểm ⇒HK là đường trung trực của FA

⇒AK=KF và AH=HF.

Do AM⇒BF và BH⊥FA⇒K là trực tâm của ΔFAB⇒FK⊥AB mà AH⊥AB

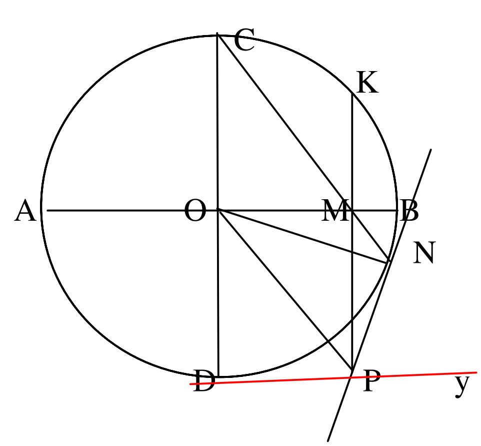
⇒AH//FK ⇒Hình bình hành AKFH là hình thoi.

5/ Do FK//AI⇒AKFI là hình thang.Để hình thang AKFI nội tiếp thì AKFI phải là thang cân⇒góc I=IAM⇒ΔAMI là tam giác vuông cân ⇒ΔAMB vuông cân ở M⇒M là điểm chính giữa cung AB.

Bài 67:

Cho (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M(Khác A; O; B). Đường thẳng CM cắt (O) tại N. Đường vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn tại P. Chứng minh:

1. COMNP nội tiếp.
2. CMPO là hình bình hành.
3. CM.CN không phụ thuộc vào vị trí của M.
4. Khi M di động trên AB thì P chạy trên đoạn thẳng cố định.



Hình 67

1/c/m:OMNP nội tiếp:(Sử dụng hai điểm M;N cùng làm với hai đầu đoạn OP một góc vuông.

2/C/m:CMPO là hình bình hành:

Ta có: CD⊥AB;MP⊥AB⇒CO //MP.❶

Do OPNM nội tiếp⇒$\widehat{OPM}$=$\widehat{ONM}$(cùng chắn cung OM).

ΔOCN cân ở O ⇒$\widehat{ONM}$=$\widehat{OCM}$⇒$\widehat{OCM}$=$\widehat{OPM}$.

Gọi giao điểm của MP với (O) là K.Ta có $\widehat{PMN}$=$\widehat{KMC}$(đ đ) ⇒$\widehat{OCM}$=$\widehat{CMK}$ ⇒$\widehat{CMK}$=$\widehat{OPM}$⇒CM//OP❷.Từ ❶ và ❷ ⇒CMPO là hình bình hành.

3/Xét hai tam giác OCM và NCD có:$\widehat{CND}$=1v(góc nt chắn nửa đtròn) ⇒NCD là tam giác vuông.⇒Hai tam giác vuông COM và CND có góc C chung. ⇒ΔOCM~ΔNCD⇒CM.CN=OC.CD❸

Từ ❸ ta có CD=2R;OC=R.Vậy❸ trở thành:CM.CN=2R^2 không đổi.vậy tích CM.CN không phụ thuộc vào vị trí của vị trí của M.

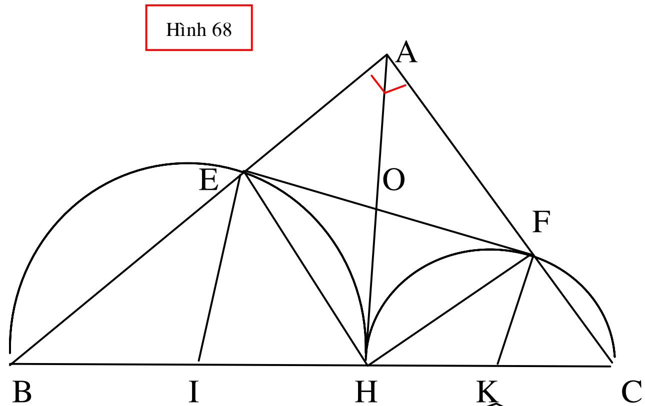
4/Do COPM là hình bình hành⇒MP//=OC=R⇒Khi M di động trên AB thì P di động trên đường thẳng xy thoả mãn xy//AB và cách AB một khoảng bằng R không đổi.

Bài 68:

Cho ΔABC có A=1v và AB>AC, đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A vẽ hai nửa đường tròn đường kính BH và nửa đường tròn đường kính HC. Hai nửa đường tròn này cắt AB và AC tại E và F. Giao điểm của FE và AH là O. Chứng minh:

1. AFHE là hình chữ nhật.
2. BEFC nội tiếp
3. AE. AB=AF. AC
4. FE là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn.
5. Chứng tỏ:BH. HC=4. OE.OF.

Hình 68



1/ C/m: AFHE là hình chữ nhật. $\widehat{BEH}=\widehat{HCF}$(góc nt chắn nửa đtròn); $\widehat{EAF}$=1v(gt) ⇒đpcm.

2/ C/m: BEFC nội tiếp: Do AFHE là hình chữ nhật.⇒ΔOAE cân ở O ⇒$\widehat{AEO}=\widehat{OAE}$. Mà $\widehat{OAE}=\widehat{FCH}$(cùng phụ với góc B)⇒$\widehat{AEF}=\widehat{ACB}$ mà $\widehat{AEF}+\widehat{BEF}$=2v⇒$\widehat{BEF}+\widehat{BCE}$=2v⇒đpcm

3/ C/m: AE.AB=AF.AC: Xét hai tam giác vuông AEF và ACB có $\widehat{AEF}=\widehat{ACB}$(cmt) ⇒ΔAEF~ΔACB⇒đpcm

4/ Gọi I và K là tâm đường tròn đường kính BH và CH.Ta phải c/m FE⊥IE và FE⊥KF.

-Ta có O là giao điểm hai đường chéo AC và DB của hcnhật AFHE⇒EO=HO; IH=IK cùng bán kính); AO chung⇒ ΔIHO=ΔIEO ⇒$\widehat{IHO}=\widehat{IEO}$ mà $\widehat{IHO}$=1v (gt)⇒ $\widehat{IEO}$=1v⇒ IE⊥OE tại điểm E nằm trên đường tròn. ⇒đpcm. Chứng minh tương tự ta có FE là tt của đường tròn đường kính HC.

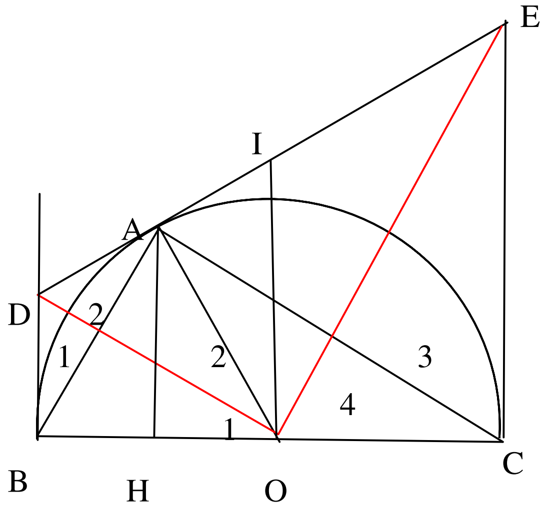
5/ Chứng tỏ:BH.HC=4.OE.OF.

Do ΔABC vuông ở A có AH là đường cao. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC có:AH^2=BH.HC. Mà AH=EF và AH=2.OE=2.OF(t/c đường chéo hình chữ nhật)⇒ BH.HC = $AH^2=(2.OE)^2$=4.OE.OF

Bài 69:

Cho ΔABC có A=1v AH⊥BC.Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC;d là tiếp tuyến của đường tròn tại điểm A.Các tiếp tuyến tại B và C cắt d theo thứ tự ở D và E.

1. Tính góc $\widehat{DOE}$.
2. Chứng tỏ DE=BD+CE.
3. Chứng minh:DB.CE=R^2.(R là bán kính của đường tròn tâm O)
4. C/m:BC là tiếp tuyến của đtròn đường kính DE.



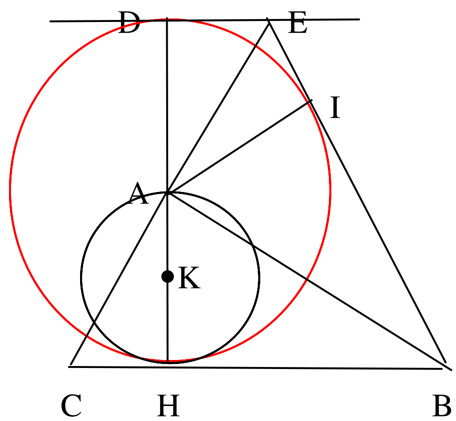
Hình 69

1/Tính góc $\widehat{DOE}$: ta có $D_1=D_2$ (t/c tiếp tuyến cắt nhau);OD chung⇒Hai tam giác vuông DOB bằng DOA⇒$O_1=\widehat{O_2}$.Tương tự $O_3=\widehat{O_4}$.⇒$\widehat{O_1}+\widehat{O_4}=\widehat{O_2}+\widehat{O_3}$.
Ta lại có $\widehat{O_1}+\widehat{O_2}+\widehat{O_3}+\widehat{O_4}=2v$⇒ $\widehat{O_1}+\widehat{O_4}=\widehat{O_2}+\widehat{O_3}=1v$ hay $\widehat{DOC}=90^o$.
2/Do DA=DB;AE=CE(tính chất hai tt cắt nhau) và DE=DA+AE
⇒DE=DB+CE.
3/Do ΔDE vuông ở O(cmt) và OA⊥DE(t/c tiếp tuyến).Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông DOE có :OA^2=AD.AE.Mà AD=DB;AE=CE;OA=R(gt)
⇒R^2=AD.AE.
4/Vì DB và EC là tiếp tuyến của (O)⇒DB⊥BC và DE⊥BC⇒BD//EC.Hay BDEC là hình thang.
Gọi I là trung điểm DE⇒I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDOE.Mà O là trung điểm BC⇒OI là đường trung bình của hình thang BDEC⇒OI//BD.
Ta lại có BD⊥BC⇒OI⊥BC tại O nằm trên đường tròn tâm I⇒BC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔDOE.

Bài 70:

Cho ΔABC($\widehat{A}$=1v); đường cao AH.Vẽ đường tròn tâm A bán kính AH.Gọi HD là đường kính của đường tròn (A;AH).Tiếp tuyến của đường tròn tại D cắt CA tại E.

1. Chứng minh ΔBEC cân.
2. Gọi I là hình chiếu của A trên BE.C/m:AI=AH.
3. C/m:BE là tiếp tuyến của đường tròn
4. C/m:BE=BH+DE.
5. Gọi đường tròn đường kính AH có Tâm là K.Và AH=2R.Tính diện tích của hình được tạo bởi đường tròn tâm A và tâm K.



Hình 70

1/C/m:ΔBEC cân:.Xét hai tam giác vuông ACH và AED có:AH=AD(bán kính);$\widehat{CAH}$=DAE(đ đ).Do DE là tiếp tuyến của (A)⇒HD⊥DE và DH⊥CB gt)⇒DE//CH⇒DEC=ECH⇒ΔACH=ΔAED⇒CA=AE⇒A là trung điểm CE có BA⊥CE⇒BA là đường trung trực của CE⇒ΔBCE cân ở B.

2/C/m:AI=AH. Xét hai tam giác vuông AHB và AIB(vuông ở H và I) có AB chung và BA là đường trung trực của Δcân BCE(cmt) ⇒ABI=ABH ⇒ΔAHB=ΔAIB ⇒AI=AH.

3/C/m:BE là tiếp tuyến của (A;AH).Do AH=AI⇒I nằm trên đường tròn (A;AH) mà BI⊥AI tại I⇒BI là tiếp tuyến của (A;AH)

4/C/m:BE=BH+ED.

Theo cmt có DE=CH và BH=BI;IE=DE(t/c hai tt cắt nhau).Mà BE=BI+IE ⇒đpcm.

5/Gọi S là diện tích cần tìm.Ta có:

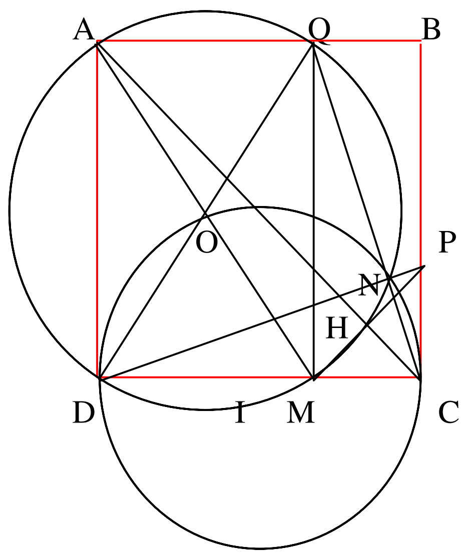
$S=S_{(A)}-S_{(K)}=\pi AH^2-\pi AK^2=\pi R2-$

Bài 71:

Trên cạnh CD của hình vuông ABCD,lấy một điểm M bất kỳ.Đường tròn đường kính AM cắt AB tại điểm thứ hai Q và cắt đường tròn đường kính CD tại điểm thứ hai N.Tia DN cắt cạnh BC tại P.

1. C/m:Q;N;C thẳng hàng.
2. CP.CB=CN.CQ.
3. C/m AC và MP cắt nhau tại 1 điểm nằm trên đường tròn đường kính AM.

Hình 71



1/C/m:Q;N;C thẳng hàng:
Gọi Tâm của đường tròn đường kính AM là O và đường tròn đường kính DC là I.
-Do AQMD nội tiếp nên ADM+AMQ=2v
Mà ADM=1v
⇒AQM=1v và DAQ=1v⇒AQMD là hình chữ nhật.
⇒DQ là đường kính của (O)
⇒QND=1v(góc nt chắn nửa đường tròn
-Do DNC=1v(góc nt chắn nửa đtròn tâm I)⇒QND+DNC=2v⇒đpcm.

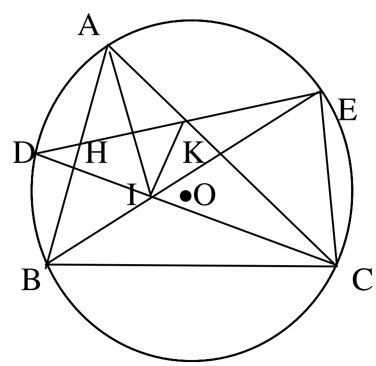
2/C/m: CP.CB=CN.CQ.C/m hai tam giác vuông CPN và CBQ đồng dạng (có góc C chung)

3/Gọi H là giao điểm của AC với MP.Ta phải chứng minh H nằm trên đường tròn tâm O,đường kính AM.
-Do QBCM là hcnhật⇒ΔMQC=ΔBQC.
Xét hai tam giác vuông BQC và CDP có:QCB=PDC(cùng bằng góc MQC);
DC=BC(cạnh hình vuông)⇒ΔBQC=ΔCDP⇒ΔCDP=ΔMQC⇒PC=MC.Mà C=1v⇒ΔPMC vuông cân ở C⇒MPC=45^o và DBC=45^o(tính chất hình vuông)
⇒MP//DB.Do AC⊥DB⇒MP⊥AC tại H⇒AHM=1v⇒H nằm trên đường tròn tâm O đường kính AM.

Bài 72:

Cho ΔABC nội tiếp trong đường tròn tâm O.D và E theo thứ tự là điểm chính giữa các cung AB;AC.Gọi giao điểm DE với AB;AC theo thứ tự là H và K.

1. C/m:ΔAHK cân.
2. Gọi I là giao điểm của BE với CD.C/m:AI⊥DE
3. C/m CEKI nội tiếp.
4. C/m:IK//AB.
5. ΔABC phải có thêm điều kiện gì để AI//EC.



Hình 72

1/C/m:ΔAKH cân:

sđ AHK=$\frac{1}{2}$sđ(DB+AE)

sđ AKD=$\frac{1}{2}$sđ(AD+EC)

(Góc có đỉnh nằm trong đường tròn)

Mà Cung AD+DB; AE=EC(gt)

⇒AHK=AKD⇒đpcm.

2/c/m:AI⊥DE

Do cung AE=EC⇒ABE=EBC(góc nt chắn các cung bằng nhau)⇒BE là phân giác của góc ABC.Tương tự CD là phân giác của góc ACB.Mà BE cắt CD ở I⇒I là giao điểm của 3 đường phân giác của ΔAHK⇒AI là phân giác tứ 3 mà ΔAHK cân ở A⇒AI⊥DE.

3/C/m CEKI nội tiếp:

Ta có DEB=ACD(góc nt chắn các cung AD=DB) hay KEI=KCI⇒đpcm.

4/C/m IK//AB

Do KICE nội tiếp⇒IKC=IEC(cùng chắn cung IC).Mà IEC=BEC=BAC(cùng chắn cung BC)⇒BAC=IKC⇒IK//AB.

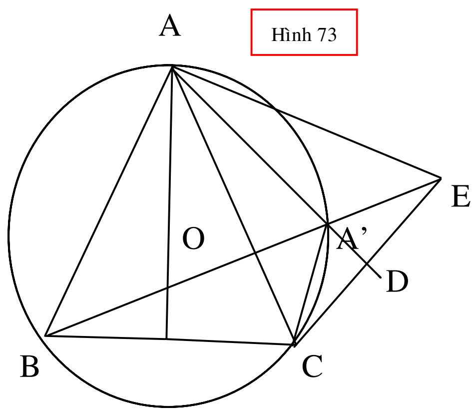
5/ΔABC phải có thêm điều kiện gì để AI//EC:

Nếu AI//EC thì EC⊥DE (vì AI⊥DE)⇒DEC=1v⇒DC là đường kính của (O) mà DC là phân giác của ACB(cmt)⇒ΔABC cân ở C.

Bài 73:

Cho ΔABC(AB=AC) nội tiếp trong (O),kẻ dây cung AA' và từ C kẻ đường vuông góc CD với AA',đường này cắt BA' tại E.

1. C/m góc DA'C=DA'E
2. C/m ΔA'DC=ΔA'DE
3. Chứng tỏ AC=AE.Khi AA' quay xung quanh A thì E chạy trên đường nào?
4. C/m BAC=2.CEB



1/C/m DA'C=DA'E

Ta có DA'E=AA'B (đđ

Và sđAA'B=sđ$\frac{1}{2}$AB

CA'D=A'AC+A'CA

(góc ngoài ΔAA'C)

Mà sđ A'AC=$\frac{1}{2}$sđA'C

SđA'CA=$\frac{1}{2}$sđAC

⇒sđCA'D=$\frac{1}{2}$sđ(A'C+AC)= $\frac{1}{2}$sđ AC.Do dây AB=AC⇒Cung AB=AC

⇒DA'C=DA'E.

2/C/m ΔA'DC=ΔA'DE.

Ta có CA'D=EA'D(cmt);A'D chung; A'DC=A'DE=1v⇒đpcm.

3/Khi AA' quay xunh quanh A thì E chạy trên đường nào?

Do ΔA'DC=ΔA'DE⇒DC=DE⇒AD là đường trung trực của CE

⇒AE=AC=AB⇒Khi AA' quay xung quanh A thì E chạy trên đường tròn tâm A;bán kính AC.

4/C/m BAC=2.CEB

Do ΔA'CE cân ở A'⇒A'CE=A'EC.Mà BA'C=A'EC+A'CE=2.A'EC(góc ngoài ΔA'EC).

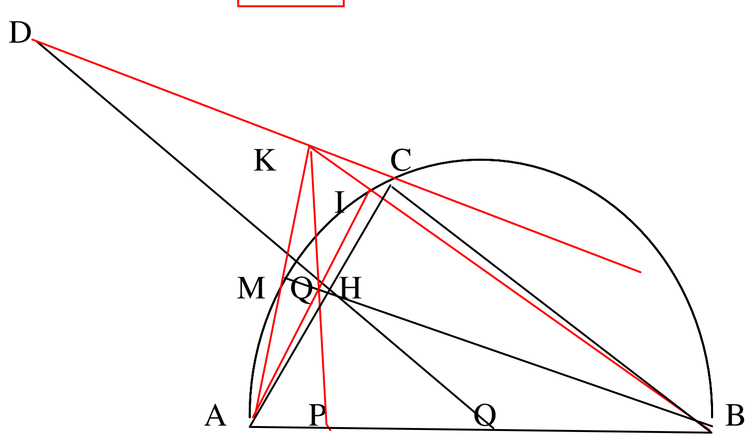
Ta lại có BAC=BA'C(cùng chắn cung BC)⇒BAC=2.BEC.

Bài 74:

Cho ΔABC nội tiếp trong nửa đường tròn đường kính AB.O là trung điểm AB;M là điểm chính giữa cung AC.H là giao điểm OM với AC>

1. C/m:OM//BC.
2. Từ C kẻ tia song song và cung chiều với tia BM,tia này cắt đường thẳng OM tại D.Cmr:MBCD là hình bình hành.
3. Tia AM cắt CD tại K.Đường thẳng KH cắt AB ở P.Cmr:KP⊥AB.
4. C/m:AP.AB=AC.AH.
5. Gọi I là giao điểm của KB với (O).Q là giao điểm của KP với AI. C/m A;Q;I thẳng hàng.

Hình 74



1/C/m:OM//BC. Cung AM=MC(gt)⇒COM=MOA(góc ở tâm bằng sđ cung bị chắn).Mà ΔAOC cân ở O⇒OM là đường trung trực của ΔAOC⇒OM⊥AC.MàBC⊥AC(góc nt chắn nửa đường tròn)⇒đpcm.

2/C/m BMCD là hình bình hành:Vì OM//BC hay MD//BC(cmt) và CD//MB (gt) ⇒đpcm.

3/C/ KP⊥AB.Do MH⊥AC(cmt) và AM⊥MB(góc nt chắn nửa đtròn); MB//CD(gt)⇒AK⊥CD hay MKC=1v⇒MKCH nội tiếp⇒MKH=MCH(cùng chắn cung MH).Mà MCA=MAC(hai góc nt chắn hai cung MC=AM) ⇒HAK=HKA⇒ΔMKA cân ở H⇒M là trung điểm AK.Do ΔAMB vuông ở M ⇒KAP+MBA=1v.mà MBA=MCA(cùng chắn cung AM)⇒MBA=MKH hay KAP+AKP=1v⇒KP⊥AB.

4/Hãy xét hai tam giác vuông APH và ABC đồng dạng(Góc A chung)

5/Sử dụng Q là trực tâm cuỉa ΔAKB.

Bài 75:

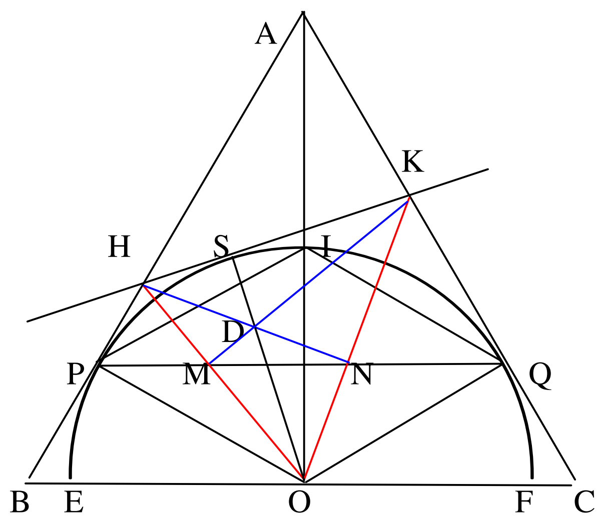
Cho nửa đường tròn tâm O đường kính EF.Từ O vẽ tia Ot⊥ EF, nó cắt nửa đường tròn (O) tại I. Trên tia Ot lấy điểm A sao cho IA=IO.Từ A kẻ hai tiếp tuyến AP và AQ với nửa đường tròn;chúng cắt đường thẳng EF tại B và C (P;Q là các tiếp điểm).

1.Cmr ΔABC là tam giác đều và tứ giác BPQC nội tiếp.

2.Từ S là điểm tuỳ ý trên cung PQ.vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn;tiếp tuyến này cắt AP tại H,cắt AC tại K.Tính sđ độ của góc HOK

3.Gọi M; N lần lượt là giao điểm của PQ với OH; OK. Cm OMKQ nội tiếp.

4.Chứng minh rằng ba đường thẳng HN; KM; OS đồng quy tại điểm D, và D cũng nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔHOK.



Hình 75

1/Cm ΔABC là tam giác đều:Vì AB và AC là hai tt cắt nhau ⇒Các ΔAPO; AQO là các tam giác vuông ở P và Q.Vì IA=IO(gt)⇒PI là trung tuyến của tam giác vuông AOP⇒PI=IO.Mà IO=PO(bán kính)⇒PO=IO=PI⇒ΔPIO là tam giác đều⇒POI=60^o.⇒OAB=30^o.Tương tự OAC=30^o⇒BAC=60^o.Mà ΔABC cân ở A(Vì đường caoAO cũng là phân giác) có 1 góc bằng 60^o ⇒ABC là tam giác đều.

2/Ta có Góc HOP=SOH;Góc SOK=KOC (tính chất hai tt cắt nhau)

⇒Góc HOK=SOH+SOK=HOP+KOQ.Ta lại có:

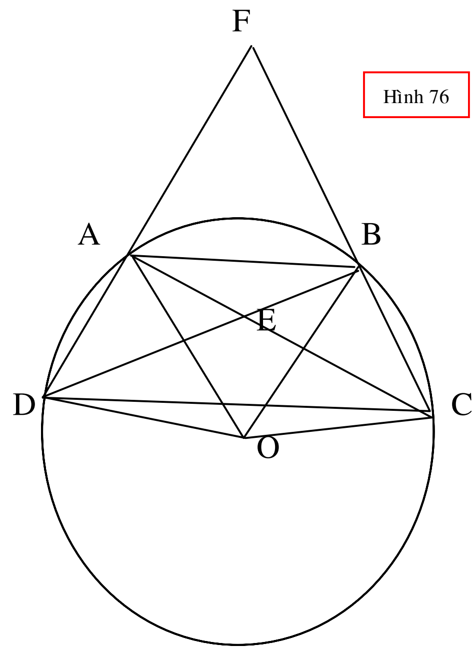
POQ=POH+SOH+SOK+KOQ=180^o-60^o=120^o⇒HOK=60^o.

3/

Bài 76:

Cho hình thang ABCD nội tiếp trong (O),các đường chéo AC và BD cắt nhau ở E.Các cạnh bên AD;BC kéo dài cắt nhau ở F.

1. C/m:ABCD là thang cân.
2. Chứng tỏ FD.FA=FB.FC.
3. C/m:Góc AED=AOD.
4. C/m AOCF nội tiếp.



1/ C/m ABCD là hình thang cân:

Do ABCD là hình thang $\Rightarrow$AB//CD$\Rightarrow$BAC=ACD (so le).Mà BAC=BDC(cùng chắn cung BC)$\Rightarrow$BDC=ACD

Ta lại có ADB=ACB(cùng chắn cung AB)$\Rightarrow$ADC=BCD

Vậy ABCD là hình thang cân.

2/c/m FD.FA=FB.FC

C/m Hai tam giác FDB và ΔFCA đồng dạng vì Góc F chung và FDB=FCA(cmt)

3/C/m AED=AOD:

•C/m F;O;E thẳng hàng: Vì ΔDOC cân ở O$\Rightarrow$O nằm trên đường trung trực của Dc.Do ACD=BDC(cmt)$\Rightarrow\Delta$EDC cân ở E$\Rightarrow$E nằm tren đường trung trực của DC.Vì ABCD là thang cân $\Rightarrow\Delta$FDC cân ở F$\Rightarrow$F nằm trên đường trung trực của DC$\Rightarrow$F;E;O thẳng hàng.

•C/m AED=AOD.

Ta có:Sđ AED=$\frac{1}{2}$sđ(AD+BC)= $\frac{1}{2}$.2sđAD=sđAD vì cung AD=BC(cmt)

Mà sđAOD=sđAD(góc ở tâm chắn cung AD)$\Rightarrow$AOD=AED.

4/Cm: AOCF nội tiếp:

$$+\ \begin{cases}\text{Sđ AFC}=\frac{1}{2}\text{sđ(DmC-AB)}\\ \text{Sđ AOC=SđAB+sđ BC}\end{cases}$$

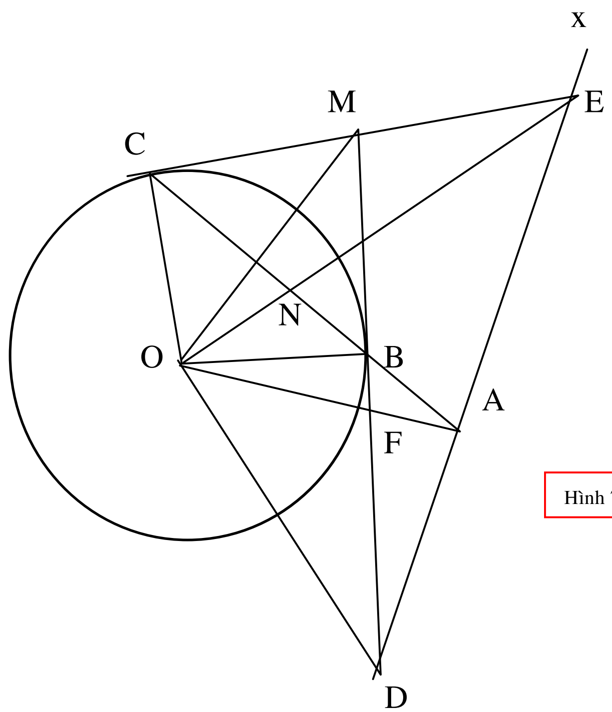
Sđ (AFC+AOC) =$\frac{1}{2}$sđ DmC-$\frac{1}{2}$sđAB+sđAB+sđBC❶.

Mà sđ DmC=360^{o}-AD-AB-BC❷.Từ❶và ❷$\Rightarrow$sđ AFC+sđ AOC=180^{o}.$\Rightarrow$đpcm

Bài 77:

Cho (O) và đường thẳng xy không cắt đường tròn.Kẻ OA⊥xy rồi từ A dựng đường thẳng ABC cắt (O) tại B và C.Tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt xy tại D và E.Đường thẳng BD cắt OA;CE lần lượt ở F và M;OE cắt AC ở N.

1. C/m OBAD nội tiếp.
2. Cmr: AB.EN=AF.EC
3. So sánh góc AOD và COM.
4. Chứng tỏ A là trung điểm DE.



Hình 77

1/C/m OBAD nt:

-Do DB là tt⇒OBD=1v;OA⊥xy(gt)⇒OAD=1v⇒đpcm.

2/Xét hai tam giác:ABF và ECN có:

-ABF=NBM(đ đ);Vì BM và CM là hai tt cắt nhau⇒NBM=ECB⇒FBA=ECN.

-Do OCE+OAE=2v⇒OCEA nội tiếp⇒CEO=CAO(cùng chắn cung OC)

⇒ΔABF~ΔECN⇒đpcm.

3/So sánh;AOD với COM:Ta có:

-DĐoABO nt⇒DOA=DBA(cùng chắn cung).DBA=CBM(đ đ)

CBM=MCB(t/c hai tt cắt nhau).Do BMCO nt⇒BCM=BOM⇒DOA=COM.

4/Chứng tỏ A là trung điểm DE:

Do OCE=OAE=1v⇒OAEC nt⇒ACE=AOE(cùng chắn cung AE)

⇒DOA=AOE⇒OA là phân giác của góc DOE.Mà OA⊥DE⇒OA là đường trung trực của DE⇒đpcm

Bài 78:

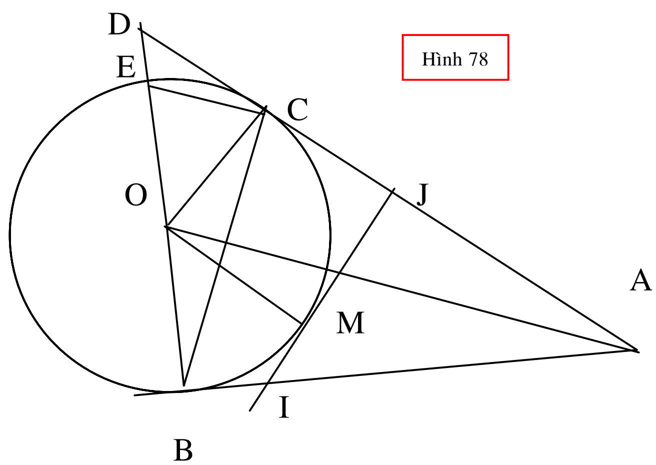
Cho (O;R) và A là một điểm ở ngoài đường tròn.Kẻ tiếp tuyến AB và AC với đường tròn. OB kéo dài cắt AC ở D và cắt đường tròn ở E.

1/ Chứng tỏ EC // với OA.

2/ Chứng minh rằng: 2AB.R=AO.CB.

3/ Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC, qua M dựng một tiếp tuyến với đường tròn, tiếp tuyến này cắt AB và AC lần lượt ở I,J .Chứng tỏ chu vi tam giác AI J không đổi khi M di động trên cung nhỏ BC.

4/ Xác định vị trí của M trên cung nhỏ BC để 4 điểm J,I,B,C cùng nằm trên một đường tròn.



Hình 78

1/C/m EC//OA:Ta có BCE=1v(góc nt chắn nửa đt) hay CE⊥BC.Mà OA là phân giác của ∆cân ABC⇒OA⊥BC⇒OA//EC.

2/xét hai tam giác vuông AOB và ECB có:

-Do OCA+OBA=2v⇒ABOC nt⇒OBC=OAC(cùng chắn cung OC).

mà OAC=OAB (tính chất hai tt cắt nhau)⇒EBC=BAO⇒∆BAO~∆CBE

⇒.Ta lại có BE=2R⇒đpcm.

3/Chứng minh chu vi ∆AIJ không đổi khi M di động trên cung nhỏ BC.

Gọi P là chu vi ∆ AIJ .Ta có P=JI+IA+JA=MJ+MI+IA+JA.

Theo tính chất hai tt cắt nhau ta có:MI=BI;MJ=JC;AB=AC

⇒P=(IA+IB)+(JC+JA)=AB+AC=2AB không đổi.

4/Giả sử BCJI nội tiếp⇒BCJ+BIJ=2v.MặI+JBI=2v⇒JIA=ACB.Theo chứng minh trên có ACB=CBA⇒CBA=JIA hay IJ//BC.Ta lại có BC⊥OA⇒JI⊥OA

Mà OM⊥JI ⇒OM≡ OA⇒M là điểm chính giữa cung BC.

Bài 79:

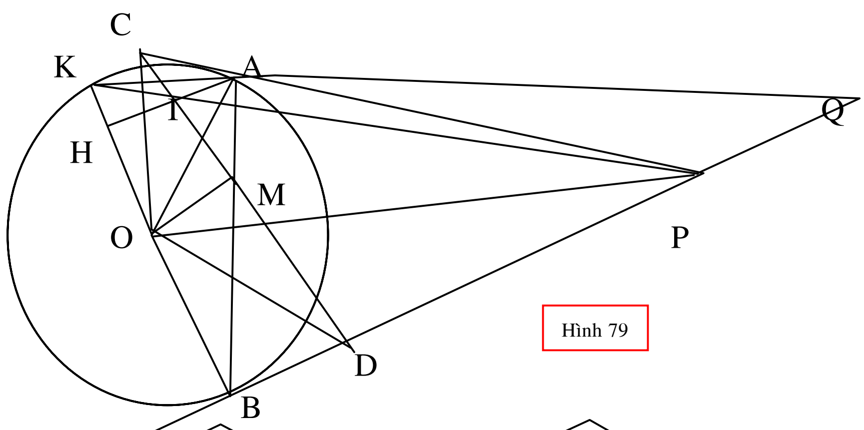
Cho(O),từ điểm P nằm ngoài đường tròn,kẻ hai tiếp tuyến PA và PB với đường tròn.Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M,qua M dựng đường thẳng vuông góc với OM,đường này cắt PA,PB lần lượt ở C và D.

1/Chứng minh A,C,M,O cùng nằm trên một đường tròn.

2/Chứng minh:$\widehat{COD}=\widehat{AOB}$.

3/Chứng minh:Tam giác COD cân.

4/Vẽ đường kính BK của đường tròn,hạ AH $\perp$BK.Gọi I là giao điểm của AH với PK.Chứng minh AI=IH.



Hình 79

1/C/m ACMO nt: Ta có $\widehat{OAC}$=1v(tc tiếp tuyến).Và $\widehat{OMC}$=1v(vì OM$\perp$CD-gt)

2/C/m $\widehat{COD}=\widehat{AOB}$.Ta có:

Do OMAC nt$\Rightarrow\widehat{OCM}=\widehat{OAM}$(cùng chắn cung OM).

Chứng minh tương tự ta có OMDB nt$\Rightarrow\widehat{ODM}=\widehat{MBO}$(cùng chắn cung OM)

Hai tam giác OCD và OAB có hai cặp góc tương ứng bằng nhau $\Rightarrow$Cặp góc còn lại bằng nhau$\Rightarrow\widehat{COD}=\widehat{AOB}$.

3/C/m ΔCOD cân:

Theo chứng minh câu 2 ta lại có góc $\widehat{OAB}=\widehat{OBA}$(vì ΔOAB cân ở O)

$\Rightarrow\widehat{OCD}=\widehat{ODC}\Rightarrow\Delta$OCD cân ở O.

4/Kéo dài KA cắt PB ở Q.

Vì AH$\perp$BK; QB$\perp$BK$\Rightarrow$AH//QB. Hay HI//PB và AI//PQ. Áp dụng hệ quả định lý Talét trong các tam giác KBP và KQP có:

❶
❷
❸

Bài 80:

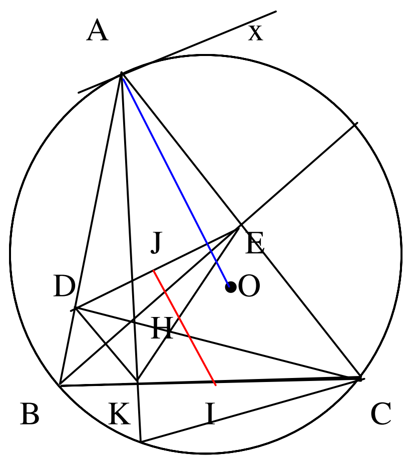
Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Ba đường cao AK; BE; CD cắt nhau ở H.

1/Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp.

2/Chứng minh :AD.AB=AE.AC.

3/Chứng tỏ AK là phân giác của góc $\widehat{DKE}$.

4/Gọi I; J là trung điểm BC và DE. Chứng minh: OA//JI.



Hình 80

1/C/m:BDEC nội tiếp:

Ta có: $\widehat{BDC}=\widehat{BEC}=1v$(do CD;BE là đường cao)⇒Hai điểm D và E cùng làm với hai đầu đoạn BC...⇒đpcm

2/c/m AD.AB=AE.AC.

Xét hai tam giác ADE và ABC có Góc $\widehat{BAC}$ chung .

Do BDEC nt ⇒$\widehat{EDB}+\widehat{ECB}=2v$.Mà $\widehat{ADE}+\widehat{EDB}=2v$⇒$\widehat{ADE}=\widehat{ACB}$

⇒ΔADE~ΔACB⇒đpcm.

3/Do HKBD nt⇒$\widehat{HKD}=\widehat{HBD}$(cùng chắn cung DH).

Do BDEC nt⇒$\widehat{HBD}=\widehat{DCE}$ (cùng chắn cung DE)

Dễ dàng c/m KHEC nt⇒$\widehat{ECH}=\widehat{EKH}$(cùng chắn cungHE)

$\Rightarrow$ $\widehat{HKD}=\widehat{EKH}$

4/C/m JI//AO. Từ A dựng tiếp tuyến Ax.

Ta có sđ $\widehat{xAC}=\frac{1}{2}$sđ cung AC (góc giữa tt và một dây)

.Mà sđ$\widehat{ABC}=\frac{1}{2}$sđ cung AC (góc nt và cung bị chắn)

Ta lại có góc $\widehat{AED}=\widehat{ABC}$(cùng bù với góc $\widehat{DEC}$)

$\Rightarrow$ $\widehat{xAC}=\widehat{AED}$

Vậy Ax//DE.Mà AO⊥Ax(t/c tiếp tuyến)⇒AO⊥DE.Ta lại có do BDEC nt trong đường tròn tâm I ⇒DE là dây cung có J là trung điểm ⇒JI⊥DE(đường kính đi qua trung điểm của dây không đi qua tâm)Vậy IJ//AO

Bài 81:

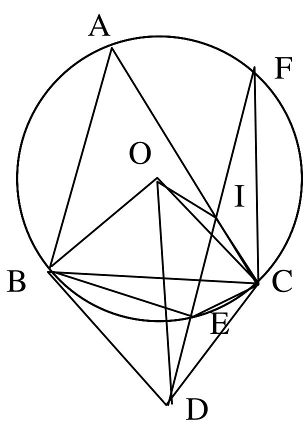
Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O.Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn cắt nhau tại D.Từ D kẻ đường thẳng song song với AB,đường này cắt đường tròn ở E và F,cắt AC tại I(Enằm trên cung nhỏ BC)

1/Chứng minh BDCO nội tiếp.

2/Chứng minh:DC^2=DE.DF

3/Chứng minh DOCI nội tiếp được trong đường tròn.

4/Chứng tỏ I là trung điểm EF.



Hình 81

1/C/m: BDCO nội tiếp

Vì BD và DC là hai tiếp tuyến $\Rightarrow \widehat{OBD}=\widehat{OCD}$=1v

$\Rightarrow \widehat{OBD}+\widehat{OCD}$=2v

$\Rightarrow$BDCO nội tiếp.

2/Cm: :DC^2=DE.DF

Xét hai tam giác DCE và DCF có: $\widehat{D}$ chung

Sđ$\widehat{ECD}$= $\frac{1}{2}$ sđ cung EC (góc giữa tiếp tuyến và một dây)

Sđ $\widehat{DFC}$=$\frac{1}{2}$sđ cung EC (góc nt và cung bị chắn)$\Rightarrow \widehat{EDC}=\widehat{DFC}$

$\Rightarrow \Delta DCE \sim \Delta DFC \Rightarrow$đpcm.

3/Cm: DCOI nội tiếp:Ta có sđ $\widehat{DIC}$=$\frac{1}{2}$sđ(AF+EC).

Vì FD//AD $\Rightarrow$Cung AF=BE $\Rightarrow$sđ $\widehat{DIC}$=$\frac{1}{2}$sđ(BE+EC)= $\frac{1}{2}$sđ cung BC

Sđ $\widehat{BOC}$=sđ cung BC.Mà $\widehat{DOC}$=$\frac{1}{2}\widehat{BOC} \Rightarrow$sđ $\widehat{DOC}$=$\frac{1}{2}$sđBC$\Rightarrow \widehat{DOC}=\widehat{DIC}$

$\Rightarrow$Hai điểm O và I cùng làm với hai đầu đoạn thẳng DC những góc bằng nhau $\Rightarrow$đpcm.

4/C/m I là trung điểm EF.

Do DCIO nội tiếp$\Rightarrow \widehat{DIO}=\widehat{DCO}$ (cùng chắn cung DO).Mà $\widehat{DCO}$=1v(tính chất tiếp tuyến)$\Rightarrow \widehat{DIO}$=1v hay OI$\perp$FE.Đường kính OI vuông góc với dây cung FE nên phải đi qua trung điểm của FE$\Rightarrow$đpcm.

Bài 82:

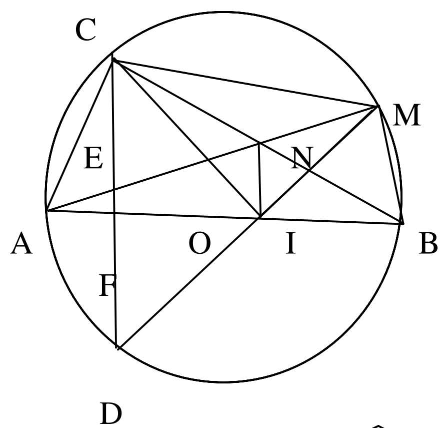
Cho đường tròn tâm O,đường kính AB và dây CD vuông góc với AB tại F. Trên cung BC,lấy điểm M.AM cắt CD tại E.

1/Chứng minh AM là phân giác của góc $\widehat{CMD}$.

2/Chứng minh tứ giác EFBM nội tiếp được trong một đường tròn.

3/Chứng tỏ AC^2=AE.AM

4/Gọi giao điểm của CB với AM là N;MD với AB là I.Chứng minh NI//CD.



Hình 82

1/C/m AM là phân giác của góc $\widehat{CMD}$: Ta có: Vì OA⊥CD và ΔCOD cân ở O ⇒OA là phân giác của góc $\widehat{COD}$. Hay $\widehat{COA}=\widehat{AOD}$⇒cung AC=AD ⇒góc $\widehat{CMA}=\widehat{AMD}$(hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)⇒đpcm.

2/cm EFBM nội tiếp: VìCD⊥AB(gt)⇒$\widehat{EFB}$=1v;và $\widehat{EMB}$=1v(góc nt chắn nửa đường tròn)⇒ $\widehat{EFB}$+ $\widehat{EMB}$=2v⇒đpcm.

3/Cm: AC^2=AE.AM.

Xét hai tam giác:ACM và ACE có $\widehat{A}$ chung.Vì cung AD=AC⇒hai góc $\widehat{ACD}=\widehat{AMC}$(hai góc nt chắn hai cung bằng nhau)

⇒ΔACE~ΔAMC⇒đpcm

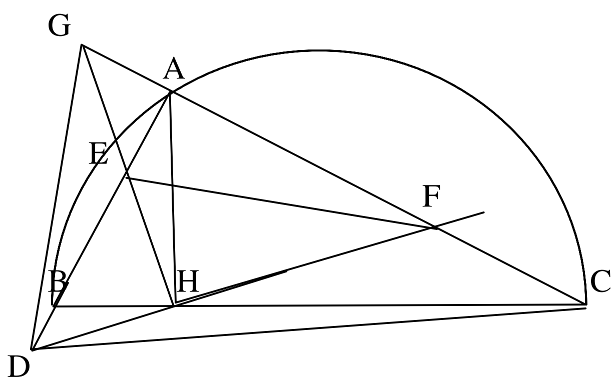
4/Cm NI//CD:

Vì cung AC=AD⇒góc $\widehat{AMD}=\widehat{CBA}$(hai góc nt chắn hai cung bằng nhau) Hay $\widehat{NMI}=\widehat{NBI}$ ⇒Hai điểm M và B cung làm với hai đầu đoạn thẳng NI những góc bằng nhau ⇒NIBM nội tiếp ⇒Góc $\widehat{NIB}+\widehat{NMB}$=2v mà NMB=1v(cmt) ⇒NIB=1v hay NI⊥AB.Mà CD⊥AB(gt)⇒NI//CD.

Bài 83:

Cho ΔABC có $\widehat{A}=1v$;Kẻ $AH\perp BC$.Qua H dựng đường thẳng thứ nhất cắt cạnh AB ở E và cắt đường thẳng AC tại G.Đường thẳng thứ hai vuông góc với đường thẳng thứ nhất và cắt cạnh AC ở F,cắt đường thẳng AB tại D.

1. C/m:AEHF nội tiếp.
2. Chứng tỏ:HG.HA=HD.HC
3. Chứng minh $EF\perp DG$ và $\widehat{FHC}=\widehat{AFE}$.
4. Tìm điều kiện của hai đường thẳng HE và HF để EF ngắn nhất.



Hình 83

1/Cm AEHF nội tiếp: Ta có $\widehat{BAC}=1v$(góc nt chắn nửa đtròn) $\widehat{FHE}=1v$
$\Rightarrow \widehat{BAC}+\widehat{FHE}=2v\Rightarrow$đpcm.

2/Cm: HG.HA=HD.HC. Xét hai Δ vuông HAC và HGD có:$\widehat{BAH}=\widehat{ACH}$ (cùng phụ với góc ABC).Ta lại có $\widehat{GAD}=\widehat{GHD}=1v\Rightarrow$GAHD nội tiếp $\Rightarrow\widehat{DGH}=\widehat{DAH}$ (cùng chắn cung DH $\Rightarrow\widehat{DGH}=\widehat{HAC}\Rightarrow\Delta HCA\sim\Delta HGD\Rightarrow$đpcm.

3/•C/m:$EF\perp DG$:Do $GH\perp DF$ và $DA\perp CG$ và AD cắt GH ở E $\Rightarrow$E là trực tâm của $\Delta CDG\Rightarrow$EF là đường cao thứ 3 của $\Delta CDG\Rightarrow FE\perp DG$.

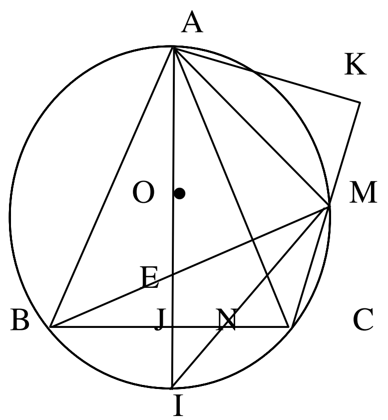
• C/m:$\widehat{FHC}=\widehat{AFE}$:
Do AEHF nội tiếp $\Rightarrow\widehat{AFE}=\widehat{AHE}$(cùng chắn cung AE).Mà $\widehat{AHE}+\widehat{AHF}=1v$ và $\widehat{AHF}+\widehat{FHC}=1v\Rightarrow\widehat{AFE}=\widehat{FHC}$.

4/ Tìm điều kiện của hai đường thẳng HE và HF để EF ngắn nhất:
Do AEHF nội tiếp trong đường tròn có tâm là trung điểm EF .Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF$\Rightarrow$IA=IH$\Rightarrow$Để EF ngắn nhất thì I;H;A thẳng hàng hay AEHF là hình chữ nhật $\Rightarrow$HE//AC và HF//AB.

Bài 84:

Cho ΔABC (AB=AC) nội tiếp trong (O).M là một điểm trên cung nhỏ AC, phân giác góc BMC cắt BC ở N,cắt (O) ở I.

1. Chứng minh A;O;I thẳng hàng.
2. Kẻ AK⊥ với đường thẳng MC. AI cắt BC ở J.Chứng minh AKCJ nội tiếp.
3. C/m:KM.JA=KA.JB.



Hình 84

1/C/m A;O;I thẳng hàng:

Vì $\widehat{BMI}=\widehat{IMC}$(gt)

⇒ cung IB=IC ⇒Góc $\widehat{BAI}=\widehat{IAC}$(hai góc nt chắn hai cung bằng nhau)⇒AI là phân gíc của Δ cân ABC ⇒AI⊥BC.Mà ΔBOC cân ở O⇒ có các góc ở tâm chắn các cung bằng nhau ⇒OI là phân giác của góc $\widehat{BOC}$

⇒đpcm

2/C/m AKCJ nội tiếp: Theo cmt ta có AI là đường kính đi qua trung điểm của dây BC ⇒AI⊥BC hay $\widehat{AJC}$=1v mà $\widehat{AKC}$=1v(gt)⇒$\widehat{AJC}+\widehat{AKC}$=2v ⇒đpcm.

3/Cm: KM.JA=KA.JB Xét hai tam giác vuông JAB và KAM có:

Góc $\widehat{KMA}=\widehat{MAC}+\widehat{MCA}$(góc ngoài tam giác AMC)

Mà sđ $\widehat{MAC}=\frac{1}{2}$sđ cung MC và sđ$\widehat{MCA}=\frac{1}{2}$sđ cung AM

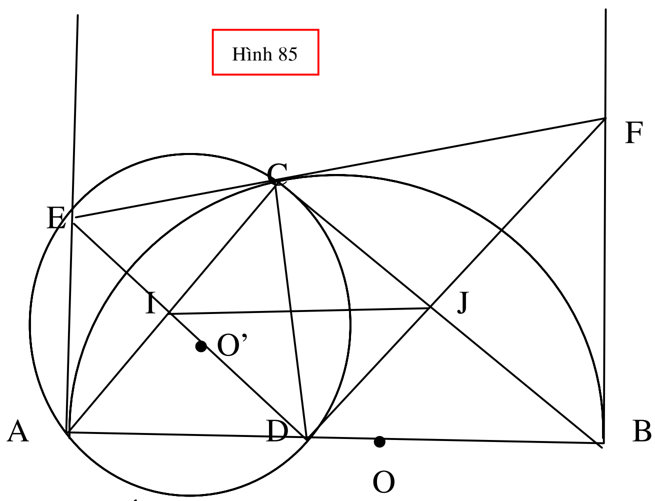
⇒sđ$\widehat{KMA}=\frac{1}{2}$sđ(MC+AM)= $\frac{1}{2}$sđAC=sđ góc $\widehat{ABC}$ Vậy góc $\widehat{ABC}=\widehat{KMA}$

⇒ΔJBA~ΔKMA⇒đpcm.

Bài 85:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB.Gọi C là một điểm trên nửa đường tròn.Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C,kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Một đường tròn (O’) qua A và C cắt AB và tia Ax theo thứ tự tại D và E. Đường thẳng EC cắt By tại F.

1. Chứng minh BDCF nội tiếp.
2. Chứng tỏ:CD^2=CE.CF và FD là tiếp tuyến của đường tròn (O).
3. AC cắt DE ở I;CB cắt DF ở J.Chứng minh IJ//AB
4. Xác định vị trí của D để EF là tiếp tuyến của (O)



1/Cm:BDCF nội tiếp:

Ta có $\widehat{ECD}$=1v(góc nt chắn nửa đường tròn tâm O’)⇒$\widehat{FCD}$=1v và $\widehat{FBD}$=1v(tính chất tiếp tuyến)⇒đpcm.

2/•C/m: CD^2=CE.CF .Ta có

Do CDBF nt⇒$\widehat{DFC}$=$\widehat{CBD}$(cùng chắn cung CD).Mà $\widehat{CED}$=$\widehat{CAD}$(cùng chắn cung CD của (O’). Mà $\widehat{CAD}$+$\widehat{CBD}$=1v (vì góc $\widehat{ACB}$=1v-góc nt chắn nửa đt)

⇒$\widehat{CED}$+$\widehat{CFD}$=1v nên $\widehat{EDF}$=1v hay ΔEDF là tam giác vuông có DC là đường cao.Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có CD^2=CE.CF.

•Vì ΔEDF vuông ở D(cmt)⇒FD⊥ED hay FD⊥O’D tại điểm D nằm trên đường tròn tâm O’.⇒đpcm.

3/C/m IJ//AB.

Ta có $\widehat{ACB}$=1v(cmt) hay $\widehat{ICJ}$=1v và $\widehat{EDF}$=1v (cmt) hay $\widehat{IDJ}$=1v ⇒ICJD nt

$\widehat{CJI}$=$\widehat{CDI}$(cùng chắn cung CI).Mà $\widehat{CFD}$=$\widehat{CDI}$ (cùng phụ với góc $\widehat{FED}$).

Vì BDCF nt (cmt)⇒$\widehat{CFD}$=$\widehat{CBD}$ (cùng chắn cung CD)⇒$\widehat{CJI}$=$\widehat{CBD}$ ⇒đpcm.

4/ Xác định vị trí của D để EF là tiếp tuyến của (O).

Ta có CD⊥EF và C nằm trên đường tròn tâm O.Nên để EF là tiếp tuyến của (O) thì CD phải là bán kính ⇒D≡O.

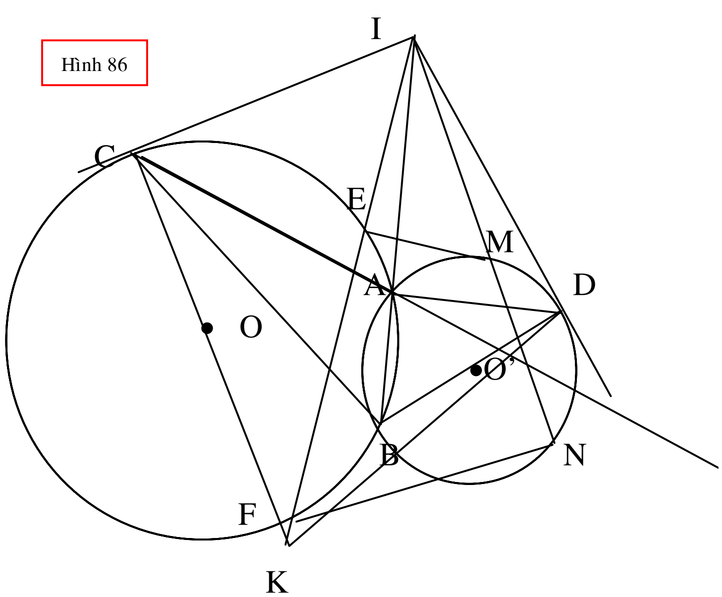
Bài 86:

Cho (O;R và (O';r) trong đó R>r, cắt nhau tại Avà B. Gọi I là một điểm bất kỳ trên đường thẳng AB và nằm ngoài đoạn thẳng AB. Kẻ hai tiếp tuyến IC và ID với (O) và (O'). Đường thẳng OC và O'D cắt nhau ở K.

1. Chứng minh ICKD nội tiếp.
2. Chứng tỏ:IC^2=IA.IB.
3. Chứng minh IK nằm trên đường trung trực của CD.
4. IK cắt (O) ở E và F; Qua I dựng cát tuyến IMN.

   a/ Chứng minh:IE.IF=IM.IN.

   b/ E; F; M; N nằm trên một đường tròn.



1/C/m ICKD nt: Vì CI và DI là hai tt của hai đtròn ⇒ICK=IDK=1v ⇒đpcm.

2/C/m: IC^2=IA.IB. Xét hai tam giác ICE và ICBcó góc I chung và sđ ICE= $\frac{1}{2}$ sđ cung CE (góc giữa tt và 1 dây)

Sđ $\widehat{CBI}=\frac{1}{2}$ sđ CE (góc nt và cung bị chắn)⇒$\widehat{ICE}=\widehat{IBC}$⇒ΔICE~ΔIBC⇒đpcm.

3/Cm IK nằm trên đường trung trực của CD.

Theo chứng minh trên ta có: IC^2=IA.IB❶.
Chứng minh tương tự ta có:ID^2=IA.IB ❷
} IC=ID⇒I nằm trênđường trung trực của CD

-Hai tam giác vuông ICK và IDK có Cạnh huyền IK chung và cạnh góc vuông IC=ID ⇒ΔICK=ΔIDK⇒CK=DK⇒K nằm trên đường trung trực của CD.⇒đpcm.

4/ a/Bằng cách chứng minh tương tự như câu 2 ta có:

IC^2=IE.IF và ID^2=IM.IN Mà IC=ID (cmt)⇒IE.IF=IM.IN.

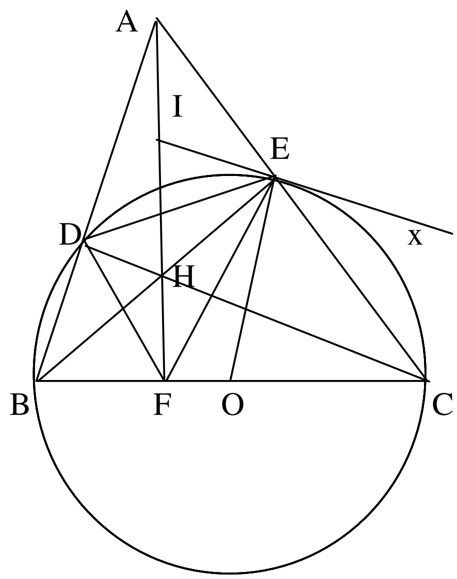
b/ C/m Tứ giác AMNF nội tiếp: Theo chứng minh trên có E.Ì=IM.IN.Áp dụng tính chất tỉ lệ thức ta có: $\frac{IF}{IM}=\frac{IN}{IE}$ .Tức là hai cặp cạnh của tam giác IFN tương ứng tỉ lệ với hai cặp cạnh của tam giác IME.Hơn nữa góc $\widehat{EIM}$ chung

⇒ΔIEM~ΔINF⇒$\widehat{IEM}=\widehat{INF}$.Mà $\widehat{IEM}$+MEF=2v⇒$\widehat{MEF}$+MNF=2v⇒đpcm.

Bài 87:

Cho∆ABC có 3 góc nhọn.Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC.(O) cắt AB;AC lần lượt ở D và E.BE và CD cắt nhau ở H.

1. Chứng minh:ADHE nội tiếp.
2. C/m:AE.AC=AB.AD.
3. AH kéo dài cắt BC ở F.Cmr:H là tâm đường tròn nội tiếp ∆DFE.
4. Gọi I là trung điểm AH.Cmr IE là tiếp tuyến của (O)



Hình 87

1/Cm:ADHE nội tiếp: Ta có BDC=BEC=1v(góc nt chắn nửa đường tròn) ⇒ADH+AEH=2v⇒ADHE nt.

2/C/m:AE.AC=AB.AD. Ta chứng minh ∆AEB và ∆ADC đồng dạng.

3/C/m H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF:

Ta phải c/m H là giao điểm 3 đường phân giác của tam giác DEF.

-Tứ giác BDHF nt⇒HED=HBD(cùng chắn cung DH).Mà EBD=ECD (cùng chắn cung DE).Tứ gáic HECF nt⇒ECH=EFH(cùng chắn cung HE) ⇒EFH=HFD⇒FH là phân giác của DEF.

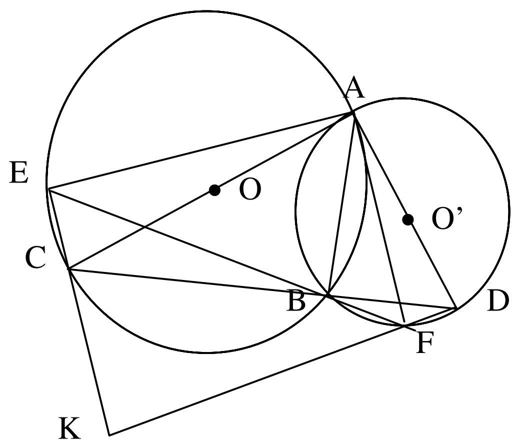
-Tứ gáic BDHF nt⇒FDH=HBF(cùng chắn cung HF).Mà EBC=CDE(cùng chắn cung EC)⇒EDC=CDF⇒DH là phân giác của góc FDE⇒H là...

4/ C/m IE là tiếp tuyến của (O):Ta có IA=IH⇒IA=IE=IH=$\frac{1}{2}$AH (tính chất trung tuyến của tam giác vuông)⇒∆IAE cân ở I⇒IEA=IAE.Mà IAE=EBC (cùng phụ với góc ECB) và AEI=xEC(đối đỉnh)Do ∆OEC cân ở O⇒ OEC=OCE ⇒xEC+CEO =EBC +ECB=1v Hay xEO=1v Vậy OE⊥IE tại điểm E nằm trên đường tròn (O)⇒đpcm.

Bài 88:

Cho(O;R) và (O';r) cắt nhau ở Avà B.Qua B vẽ cát tuyến chung CBD⊥AB (C∈(O)) và cát tuyến EBF bất kỳ(E∈(O)).

1. Chứng minh AOC và AO'D thẳng hàng.
2. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng CE và DF.Cmr:AEKF nt.
3. Cm:K thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔACD.
4. Chứng tỏ FA.EC=FD.EA.



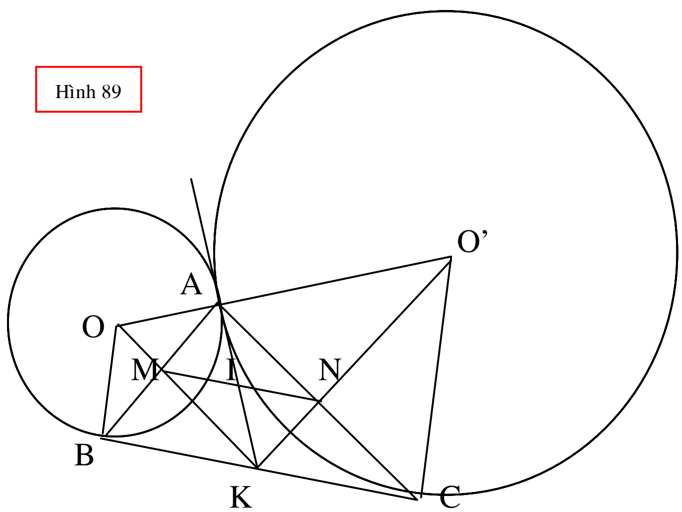
Hình 88

1/C/m AOC và AO'D thẳng hàng:
-Vì AB⊥CD ⇒Góc ABC=1v⇒AC là đường kính của (O)⇒A;O;C thẳng hàng.Tương tự AO'D thẳng hàng.
2/C/m AEKF nt: Ta có AEC=1v(góc nt chắn nửa đường tròn tâm O.Tương tự AFD=1v hay AFK=1v ⇒AEK+AFK=2v⇒đpcm
3/Cm: K thuộc đường tròn ngoại tếp ΔACD.
Ta có EAC=EBC(cùng chắn cung EC).Góc EBC=FBD(đối đỉnh).Góc FBD=FAD(cùng chắn cung FD).Mà EAC+ECA=90^o ⇒ADF=ACE và ACE+ACK=2v⇒ADF+ACK=2v⇒K nằm trên đường tròn ngoại tiếp ...
4/C/m FA.EC=FD.EA.
Ta chứng minh hai tam giác vuông FAD và EAC đồng dạng vì EAC=EBC(cùng hcắn cung EC)EBC=FBD(đối đỉnh) FBD=FAD(cùng chắn cung FD)⇒EAC=FAD⇒đpcm.

Bài 89:

Cho ΔABC có A=1v.Qua A dựng đường tròn tâm O bán kính R tiếp xúc với BC tại B và dựng (O';r) tiếp xúc với BC tại C.Gọi M;N là trung điểm AB;AC,OM và ON kéo dài cắt nhau ở K.

1. Chứng minh:OAO' thẳng hàng
2. CM:AMKN nội tiếp.
3. Cm AK là tiếp tuyến của cả hai đường tròn và K nằm trên BC.
4. Chứng tỏ $4MI^2=Rr$.



1/C/m AOO' thẳng hàng:

-Vì M là trung điểm dây AB⇒OM⊥AB nên OM là phân giác của góc AOB hay BOM=MOA. Xét hai tam giác BKO và AKO có OA=OB=R; OK chung và BOK=AOK (cmt) ⇒ΔKBO=ΔKAO ⇒ góc OBK=OAK mà OBK=1v ⇒OAK=1v. Chứng minh tương tự ta có O'AK=1v Nên OAK+O'AK=2v ⇒đpcm.

2/Cm:AMKN nội tiếp:Ta có Vì AMK=1v(do OMA=1v) và ANK=1v ⇒AMK+ANK=2v ⇒đpcm. Cần lưu ý AMKN là hình chữ nhật.

3/C/m AK là tiếp tuyến của (O) và O')

-Theo chứng minh trên thì Góc OAK=1v hay OA⊥AK tại điểm A nằm trên đường tròn (O)⇒đpcm.Chứng minh tương tự ta có AK là tt của (O')

-C/m K nằm trên BC:

Theo tính chất của hai tt cắt nhau ta có:BKO=OKA và AKO'=O'KC.

Nhưng do AMKN là hình chữ nhật⇒MKN=1v hay OKA+O'KA=1v tức có nghĩa góc BKO+O'KC=1v vậy BKO+OKA+AKO'+O'KC=2v⇒K;B;C thẳng hàng ⇒đpcm

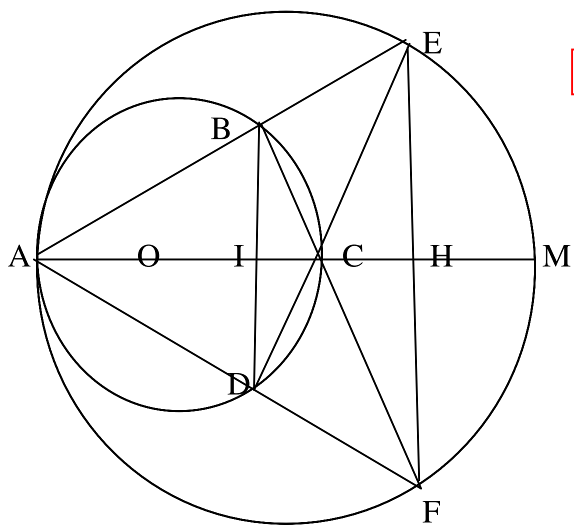
4/ C/m: $4MI^2=Rr$. Vì ΔOKO' vuông ở K có đường cao KA.Ap dụng hệ thue=ức lượng trong tam giác vuông có AK2=OA.O'A.Vì MN=AK và MI=IN hay

MI=$\frac{1}{2}$AK⇒đpcm

Bài 90:

Cho tứ giác ABCD (AB>BC) nội tiếp trong (O) đường kính AC; Hai đường chéo AC và DB vuông góc với nhau. Đường thẳng AB và CD kéo dài cắt nhau ở E; BC và AD cắt nhau ở F.

1. Cm:BDEF nội tiếp.
2. Chứng tỏ:DA.DF=DC.DE
3. Gọi I là giao điểm DB với AC và M là giao điểm của đường thẳng AC với đường tròn ngoại tiếp ΔAEF. Cmr: DIMF nội tiếp.
4. Gọi H là giao điểm AC với FE. Cm: AI.AM=AC.AH.



Hình 90

1/ Cm:DBEF nt: Do ABCD nt trong (O) đường kính AC⇒ABC=ADC=1v (góc nt chắn nửa đường tròn)⇒ FBE=EDF=1v⇒đpcm.

2/ C/m DA.DF=DC.DE:

Xét hai tam giác vuông DAC và DEF có: Do BF⊥AE và ED⊥AF nên C là trực tâm của ΔAEF⇒Góc CAD=DEF(cùng phụ với góc DFE)⇒đpcm.

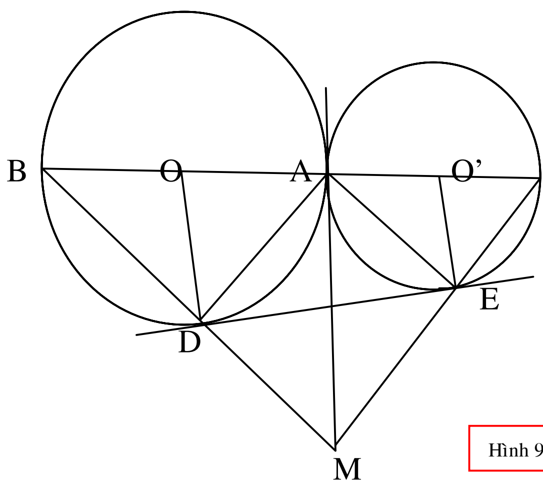
3/ Cm:DIMF nt: Vì AC⊥BD(gt) ⇒DIM=1v và I cũng là trung điểm của DB(đường kính vuông góc với dây DB)⇒ΔADB cân ở A⇒ AEF cân ở A (Tự c/m yếu tố này)⇒Đường tròn ngoại tiếp ΔAEF có tâm nằm trên đường AM ⇒góc AFM=1v(góc nt chắn nửa đường tròn)⇒DIM+DFM=2v⇒đpcm.

4/

Bài 91:

Cho (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A.Đường thẳng OO' cắt (O) và (O') tại B và C (khác A). Kẻ tiếp tuyến chung ngoài DE(D∈(O)); DB và CE kéo dài cắt nhau ở M.

1. Cmr: ADEM nội tiếp.
2. Cm: MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.
3. ADEM là hình gì?
4. Chứng tỏ:MD.MB=ME.MC.



Hình 91

1/Cm:ADEM nt: Vì AEC=1v và ADB=1v(góc nt chắn nửa đtròn) ⇒ADM+AEM=2v⇒đpcm.

2/C/m MA là tiếp tuyến của hai đường tròn;

-Ta có sđADE=$\frac{1}{2}$sđ cungAD=sđ DBA.Và ADE=AME(vì cùng chắn cung AE do tứ giác ADME nt)⇒ABM=AMC.

Tương tự ta có AMB=ACM⇒Hai tam giác ABM và ACM có hai cặp góc tương ứng bằng nhau⇒Cặp góc cònlại bằng nhau.Hay BAM=MAC.Ta lại có BAM+MAC=2v⇒BAM=MAC=1v hay OA⊥AM tại điểm A nằm trên đtròn....

3/ADEM là hình gì?

Vì BAM=1v⇒ABM+AMB=1v.Ta còn có MA là tt của đtròn⇒DAM=MBA (cùng bằng nửa cung AD).Tương tự MAE=MCA.Mà theo cmt ta có ACM=AMB Nên DAM+MAE=ABM+ACM=ABM+AMB=1v.Vậy DAE=1v nên ADEM là hình chữ nhật.

4/Cm: MD.MB=ME.MC .

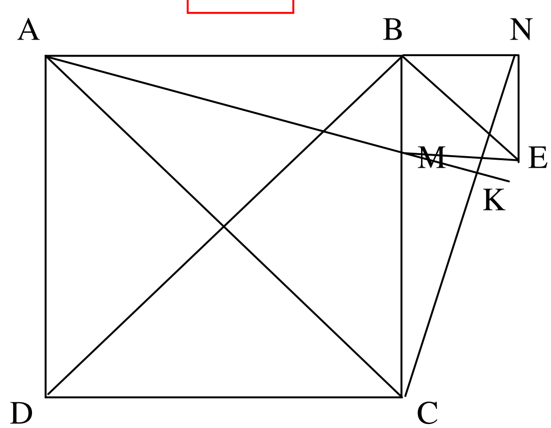
Tam giác MAC vuông ở A có đường cao AE.Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:MA^2=ME.MC.Tương tự trong tam giác vuông MAB có MA^2=MD.MB⇒đpcm.

Bài 92:

Cho hình vuông ABCD.Trên BC lấy điểm M. Từ C hạ CK⊥ với đường thẳng AM.

1. Cm: ABKC nội tiếp.
2. Đường thẳng CK cắt đường thẳng AB tại N.Từ B dựng đường vuông góc với BD, đường này cắt đường thẳng DK ở E. Cmr: BD.KN=BE.KA
3. Cm: MN//DB.
4. Cm: BMEN là hình vuông.

Hình 92



1/Cm: ABKC nội tiếp: Ta có ABC=1v (t/c hình vuông); AKC=1v(gt) ⇒ đpcm.

2/Cm: BD.KN=BE.KA.Xét hai tam giác vuông BDE và KAN có:

Vì ABCD là hình vuông nên nội tiếp trong đường tròn có tâm là giao điểm hai đường chéo.Góc AKC=1v⇒A;K;C nằm trên đtròn đường kính AC.Vậy 5 điểm A;B;C;D;K cùng nằm trên một đường tròn.⇒Góc BDK=KDN (cùng chắn cung BK)⇒ΔBDE~ΔKAN⇒ $\frac{BD}{KA}=\frac{BE}{KN}$ ⇒đpcm.

3/ Cm:MN//DB.Vì AK⊥CN và CB⊥AN ;AK cắt BC ở M⇒M là trực tâm của tam giác ANC⇒NM⊥AC.Mà DB⊥AC(tính chất hình vuông)⇒MN//DB.

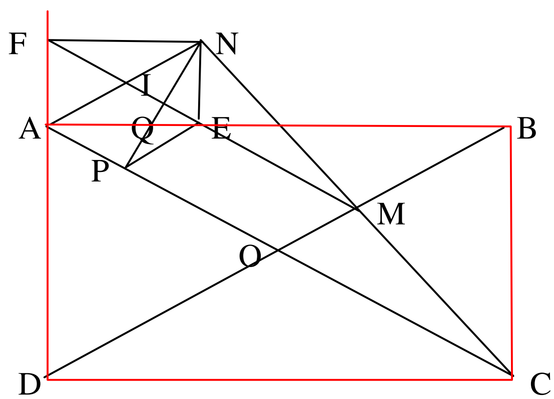
4/Cm:BNEM là hình vuông:

Vì MN//DB⇒DBM=BMN(so le) mà DBM=45°⇒BMN =45°⇒ΔBNM là tam giác vuông cân⇒BN=BM.Do BE⊥DB(gt)và BDM=45°⇒MBE=45°⇒ΔMBE là tam giác vuông cân và BM là phân giác của tam giác MBN;Ta dễ dàng c/m được MN là phân giác của góc BMN⇒BMEN là hình thoi lại có goác B vuông nên BMEN là hình vuông.

Bài 93:

Cho hình chữ nhật ABCD(AB>AD)có AC cắt DB ở O. Gọi M là 1 điểm trên OB và N là điểm đối xứng với C qua M. Kẻ NE; NF và NP lần lượt vuông góc với AB; AD; AC; PN cắt AB ở Q.

1. Cm: QPCB nội tiếp.
2. Cm: AN//DB.
3. Chứng tỏ F; E; M thẳng hàng.
4. Cm: ∆PEN là tam giác cân.



1/C/m QPCB nội tiếp:Ta có:NPC=1v(gt) và QBC=1v(tính chất hình chữ nhật).⇒đpcm.

2/Cm:AN//DB vì O là giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật⇒O là trung điểm AC.Vì C và N đối xứng với nhau qua M⇒M là trung điểm NC ⇒OM là đường trung bình của ∆ANC⇒OM//AN hay AN//DB.

3/Cm:F;E;M thẳng hàng.

Gọi I là giao điểm EF và AN.Dễ dàng chứng minh được AFNE là hình chữ nhật⇒∆AIE và OAB là những tam gíc cân⇒IAE=IEA và ABO=BAO.Vì AN//DB⇒ IAE=ABO(so le)⇒IEA=EAC⇒EF//AC hay IE//AC❶

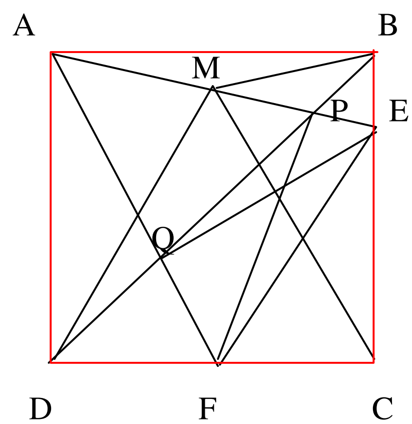
Vì I là trung điểm AN;M là trung điểm NC⇒IM là đường trung bình của ∆ANC⇒MI//AC ❷.Từ ❶và ❷Ta có I;E;M thẳng hàng.Mà F;I;E thẳng hàng ⇒F;F;M thẳng hàng.

4/C/m∆PEN cân:Dễ dàng c/m được ANEP nội tiếp⇒PNE=EAP(cùng chắn cung PE).Và PNE=EAN(cùng chắn cung EN).Theo chứng minh câu 3 ta có thể suy ra NAE=EAP⇒ENP=EPN⇒∆PEN cân ở E.

Bài 94:

Từ đỉnh A của hình vuông ABCD,ta kẻ hai tia tạo với nhau 1 góc bằng 45^o. Một tia cắt cạnh BC tại E và cắt đường chéo DB tại P. Tia kia cắt cạnh CD tại F và cắt đường chéo DB tại Q.

1. Cm:E; P; Q; F; C cùng nằm trên 1 đường tròn.
2. Cm:AB.PE=EB.PF.
3. Cm:$S_{\Delta AEF}=2S_{\Delta APQ}$.
4. Gọi M là trung điểm AE.Cmr: MC=MD.



1/Cm:E;P;Q;C;F cùng nằm trên một đường tròn:

Ta có QAE=45^o.(gt) và QBC=45^o(t/c hình vuông)⇒ABEQ nội tiếp ⇒ABE+AQE=2v mà ABE=1v⇒AQE=1v❶.Ta có ΔAQE vuông ở Q có góc QAE=45^o⇒ΔAQE vuông cân⇒AEQ=45^o.Ta lại có EAF=45^o(gt) và PDF=45^o ⇒APFD nội tiếp⇒APF+ADF=2v mà ADF=1v⇒APF=1v❷ và ECF=1v ❸ .Từ ❶❷❸⇒E;P;Q;F;C cùng nằm trên đường tròn đường kính EF.

2/Chứng minh: AB.PE=EB.PF.Xét hai tam giác vuông ABE có:

$\left.\begin{array}{l}\text{-Vì ABEQ nt⇒BAE=BQE(Cùng chắn cung BE)}\\ \text{-Vì QPEF nt⇒PQE=PEF(Cùng chắn cung PE)}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{BAE=PFE}$

⇒đpcm.

3/Cm: :$S_{\Delta AEF}=2S_{\Delta APQ}$.

Theo cm trên thì ΔAQE vuông cân ở Q⇒AE=$\sqrt{AQ^2+QE^2}=\sqrt{2}\,AQ$

Vì QPEF nt ⇒PEF=AQP(cùng phụ với góc PQF);Góc QAP chung

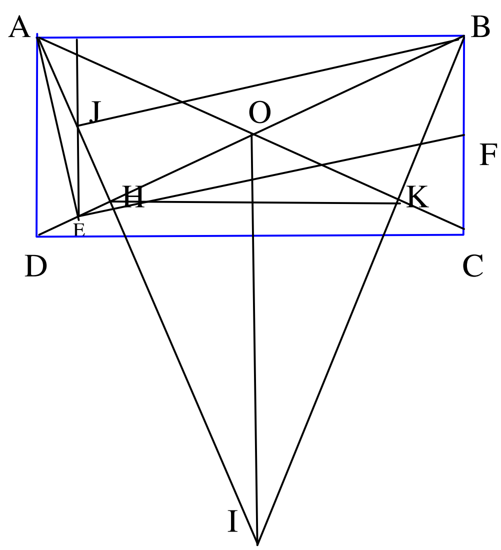
⇒ΔAQP~ΔAEF⇒$\frac{S_{AEF}}{S_{AQP}}=\left(\frac{AE}{AQ}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2$=2⇒đpcm.

4/Cm: MC=MD.Học sinh chứng minh hai ΔMAD=MBC vì có BC=AD; MBE=MEB=DAE;AM=BM.

Bài 95:

Cho hình chữ nhật ABCD có hai đường chéo cắt nhau ở O.Kẻ AH và BK vuông góc với BD và AC.Đường thẳng AH và BK cắt nhau ở I.Gọi E và F lần lượt là trung điểm DH và BC.Từ E dụng đường thẳng song song với AD.Đường này cắt AH ở J.

1. C/m:OHIK nội tiếp.
2. Chứng tỏ KH⊥OI.
3. Từ E kẻ đườngthẳng song song với AD.Đường này cắt AH ở J.Chứng tỏ:HJ.KC=HE.KB
4. Chứng minh tứ giác ABFE nội tiếp được trong một đường tròn.



1/Cm:OHIK nt (Hs tự chứng minh)

2/Cm HK⊥OI. Tam giác ABI có hai đường cao DH và AK cắt nhau ở O ⇒OI là đường cao thứ ba ⇒OI⊥AB.

Ta có OKIH nt⇒OKE=OIE(cùng chắn cung OH).Vì OI⊥AB và AD⊥AB ⇒OI//AD⇒OIH=HAD(so le).Mà HAD=HBA(cùng phụ với góc D).Do ABCD là hình chữ nhật nên ABH+ACE ⇒OKH=OCE⇒HK//AB.Mà OI⊥AB ⇒OI⊥KH.

3/Cm: HJ.KC=HE.KB .

Chứng minh hai tam giác vuông HJE và KBC đồng dạng

4/Chứng minh ABFE nội tiếp:

VìAH⊥BE;EJ//AD và AD⊥AB⇒EJ⊥AB⇒BJ là đường cao thứ ba của tam giác ABE⇒BJ⊥AE Vì E là trung điểm DH;EJ//AD⇒EJ là đường trung bình của tam giác ADH⇒EJ//=$\frac{1}{2}$AB;BF=$\frac{1}{2}$BC mà BC//=AD⇒JE//=BF⇒BJEF là hình bình hành⇒JB//EF.Mà BJ⊥AE⇒EF⊥AE hay AEF=1v;Ta lại có ABF=1v⇒ABFE nt.

Bài 96:

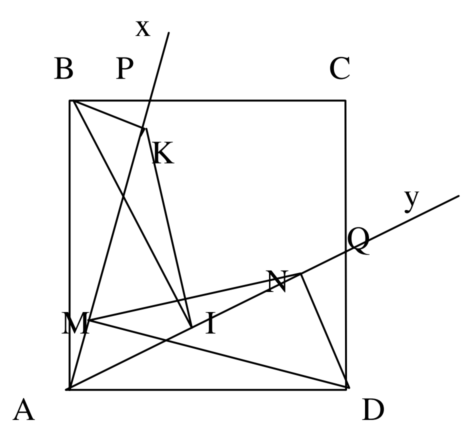
Cho ΔABC, phân giác góc trong và góc ngoài của các góc B và C gặp nhau theo thứ tự ở I và J.Từ J kẻ JH; JP; JK lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB; BC; AC.

1. Chứng tỏ A; I; J thẳng hàng.
2. Chứng minh: BICJ nt.
3. BI kéo dài cắt đường thẳng CJ tại E. Cmr:AE⊥AJ.
4. C/m: AI.AJ=AB.AC.

Bài 97:

Từ đỉnh A của hình vuông ABCD ta kẻ hai tia Ax và Ay sao cho: Ax cắt cạnh BC ở P,Ay cắt cạnh CD ở Q.Kẻ BK⊥Ax;BI⊥Ay và DM⊥Ax,DN⊥Ay .

1. Chứng tỏ BKIA nội tiếp
2. Chứng minh AD^2=AP.MD.
3. Chứng minh MN=KI.
4. Chứng tỏ KI⊥AN.



Bài 98:

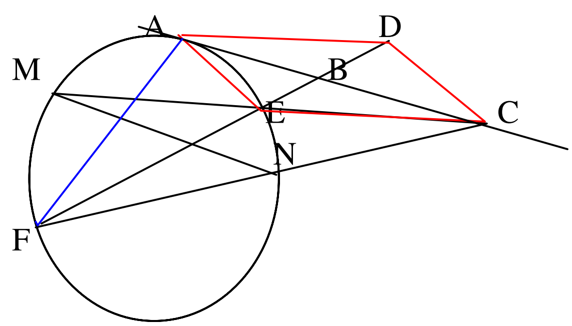
Cho hình bình hành ABCD có góc A>90^o.Phân giác góc A cắt cạnh CD và đường thẳng BC tại I và K.Hạ KH và KM lần lượt vuông góc với CD và AM.

1. Chứng minh KHDM nt.
2. Chứng minh:AB=CK+AM.

Bài 99:

Cho(O) và tiếp tuyến Ax.Trên Ax lấy điểm C và gọi B là trung điểm AC. Vẽ cát tuyến BEF.Đường thẳng CE và CF gặp lại đường tròn ở điểm thứ hai tại M và N.Dựng hình bình hành AECD.

1. Chứng tỏ D nằm trên đường thẳng EF.
2. Chứng minh AFCD nội tiếp.
3. Chứng minh:CN.CF=4BE.BF
4. Chứng minh MN//AC.



1/Chứng minh D nằm trên đường thẳng EF:Do ADCE là hình bình hành nên E;B;D thẳng hàng.Mà F;E;B thẳng hàng⇒đpcm.

2/Cm:AFCD nội tiếp:

-Do ADCE là hình bình hành⇒BC//AE⇒góc BCA=ACE(so le)

-sđCAE=$\frac{1}{2}$sđcung AE(góc giữa tt và một dây) và sđ AFE=$\frac{1}{2}$sđ cung AE

⇒CAE=AFE.⇒BCN=BFA⇒AFCD nội tiếp.

2/Cm CN.CF=4BE.BF.

-Xét hai tam gíác BAE và BFA có góc ABF chung và AFB=BAE(chứng minh trên)⇒ΔBAE~ΔBFA⇒$\frac{AB}{BF}=\frac{BE}{AB}$⇒$AB^2$=BE.BF❶

Tương tự hai tam giác CAN và CFA đồng dạng⇒AC^2=CN.CF❷.Nhưng ta lại có AB=$\frac{1}{2}$AC.Do đó❶ trở thành:$\frac{1}{4}AC^2$=BE.BF hay AC^2=4BE.BF❸.

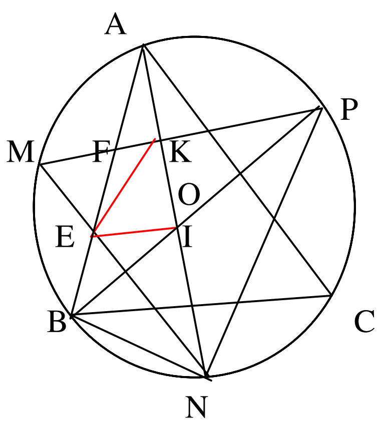
Từ ❶ và ❸⇒đpcm.

4/cm MN//AC. Do ADCE là hbh⇒BAC=ACE(so le).Vì ADCF nt ⇒DAC=DFC(cùng chắn cung DC).Ta lại có EMN=EFN(cùng chắn cung EN)⇒ACM=$\overset{\frown}{CMN}$⇒MN//AC.

Bài 100:

Trên (O) lấy 3 điểm A;B;C.Gọi M;N;P lần lượt theo thứ tự là điểm chính giữa cung AB;BC;AC .AM cắt MP và BP lần lượt ở K và I.MN cắt AB ở E.

1. Chứng minh ΔBNI cân.
2. PKEN nội tiếp.
3. Chứng minh AN.BD=AB.BN
4. Chứng minh I là trực tâm của ΔMPN và IE//BC.



1/C/m ΔBNI cân

Ta có

sđ$\widehat{BIN}$=$\frac{1}{2}$sđ(AP+BN)

sđ$\widehat{IBN}$=$\frac{1}{2}$sđ(CP+CN)

Mà Cung AP=CP;

BN=CN(gt)

⇒$\widehat{BIN}$=$\widehat{IBN}$⇒ΔBNI cân ở N.

2/Chứng tỏ PKEN nội tiếp:

Vì cung AM=MB⇒$\widehat{ANM}$=MPB hay $\widehat{KPE}$=$\widehat{KNE}$⇒Hai điểm P;N cùng làm với hai đầu đoạn thẳng KE...⇒đpcm.

3/C/m AN.DB=AB.BN.

Xét hai tam giác BND và ANB có góc $\widehat{N}$ chung;Góc $\widehat{NBD}$=$\widehat{NAB}$(cùng chắn cung NC=NB)⇒đpcm.

4/ •Chứng minh I là trực tâm của ΔMNP: Gọi giao điểm của MP với AB;AC lần lượt ở F và D.Ta có:

sđ $\widehat{AFD}$=$\frac{1}{2}$ sđ cung (AP+MB)(góc có đỉnh ở trong đường tròn.)

sđ $\widehat{ADF}$=$\frac{1}{2}$ sđ cung(PC+AM) (góc có đỉnh ở trong đường tròn.)

Mà Cung AP=PC;MB=AM⇒$\widehat{AFD}$=$\widehat{ADF}$⇒ΔAFD cân ở A có AN là phân giác của góc $\widehat{BAC}$(Vì Cung BN=NC nên $\widehat{BAN}$=$\widehat{NAC}$)⇒AN⊥MP hay NA là đường cao của ΔNMP.Bằng cách làm tương tự như trên ta chứng minh được I là trực tâm của tam gíac MNP.

•C/m IE//BC.Ta có ΔBNI cân ở N có NE là phân giác ⇒NE cũng là đường trung trực của BI⇒EB=EI⇒ΔBEI cân ở E.Ta có $\widehat{EBI}$=$\widehat{EIB}$.Do $\widehat{EBI}$=$\widehat{ABP}$=$\widehat{PBC}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau PA=PC).Nên $\widehat{PBC}$=$\widehat{EIB}$⇒EI//BC.

Hết