LỜI GIẢI ĐỀ MINH HỌA MÔN TOÁN KỲ THI THPTQG NĂM 2017
(Phùng Văn Hùng – THPT Liễn Sơn, Vĩnh Phúc)

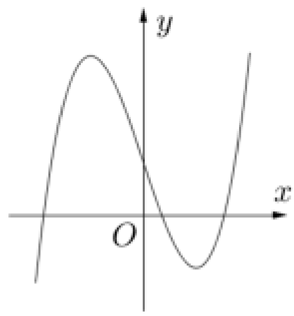
Câu 1: Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^2+x-1$

B. $y=-x^3+3x+1$

C. $y=x^4-x^2+1$

D. $y=x^3-3x+1$



Lời giải

Ta thấy đường cong là đồ thị của hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+c$, hơn nữa đồ thị có dạng *đi lên – đi xuống – đi lên* nên hệ số $a>0$.

Vậy phương án đúng là phương án D.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải

Ta nhớ lại định nghĩa:

*"Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty)$, $(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$. Đường thẳng $y=y_0$ là **đường tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của **đồ thị** hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn*

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=y_0,\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=y_0."$$

***Chú ý:** Nếu cả hai điều kiện được thỏa mãn thì đương nhiên đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và khi đó ta viết $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=y_0$.*

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1 \Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1 \Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy phương án đúng là phương án C.

Chú ý:

Mặc dù sách giáo khoa không ghĩ rõ, nhưng ta nên nhớ chỉ **"đường cong"** mới có đường tiệm cận và đường tiệm cận là một **đường thẳng**. Tức không có khái niệm đường tiệm cận của một đường thẳng.

Thế nên nếu hàm số ở đề bài có dạng $y=1$ thì mặc dù $\lim\limits_{x\to\pm\infty} 1=1$, nhưng $y=1$ không có đường tiệm cận nào cả vì nó là đường thẳng! Còn nếu thực sự có một "đường cong" nào đó tiệm cận với $y=1$ thì thực ra đường cong đó có tiệm cận là đường thẳng $y=1$.

Câu 3: Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$ **D.** $(-\infty;0)$

Lời giải

Ta có: $y'=8x^3 \Rightarrow y'>0 \Leftrightarrow x>0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Bài này không cần sử dụng CASIO, nhưng nếu muốn vẫn có thể (mất thời gian):

Dùng CASIO tính giá trị đạo hàm của y tại 100 ta được kết quả là một số dương $\Rightarrow$ B hoặc C đúng!

Để loại bớt khả năng ta tính thêm giá trị đạo hàm của y tại $-\frac{1}{4}$ được kết quả là một số âm $\Rightarrow$ B đúng!

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y			0				$+\infty$
	$-\infty$				-1		

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và nhỏ nhất bằng -1

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Phương án A sai vì hàm số có hai cực trị gồm một giá trị cực đại bằng 0 và một giá trị cực tiểu là -1 (cực trị của hàm số chính là giá trị cực tiểu, giá trị cực đại của hàm số đó).

Phương án B sai.

Phương án C sai, tuy nhiên nhiều học sinh sẽ mắc sai lầm nếu không phân biệt được sự khác nhau của giá trị lớn nhất với giá trị cực đại, giá trị nhỏ nhất với giá trị cực tiểu. Ở đây, hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định, vì nó tăng tới dương vô cùng khi $x\to+\infty$, giảm tới âm vô cùng khi $x\to-\infty$.

Phương án D đúng vì mặc dù đạo hàm không xác định tại $x=0$ nhưng nó đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=0$ nên $x=0$ vẫn là điểm cực đại, còn $x=1$ hiển nhiên là điểm cực tiểu.

Câu 5: Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $y_{CĐ}=4$ **B.** $y_{CĐ}=1$ **C.** $y_{CĐ}=0$ **D.** $y_{CĐ}=-1$

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

$y(1)=0$; $y(-1)=4$

Đối với hàm bậc ba thì $y_{CĐ}>y_{CT}$ nên suy ra: $y_{CĐ}=4$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$ **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$ **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$ **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$

Lời giải

Cách 1: $y'=\dfrac{2x(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow x=3$ và $x=-1$. Ta thấy $x=3\in[2;4]$.

$y(2)=7; y(3)=6; y(4)=\dfrac{19}{3}\Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y=6.$

Vậy phương án đúng là A.

Cách 2: Dùng TABLE của CASIO

Nhập hàm: $f(X)=\dfrac{X^2+3}{X-1}$; Start = 2; End = 4; Step = $\dfrac{4-2}{20}$.

Xem bảng giá trị ta thấy ngay $\min\limits_{[2;4]} y=6.$

Câu 7: Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất, ký hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=4$ **B.** $y_0=0$ **C.** $y_0=2$ **D.** $y_0=-1$

Lời giải

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3+x+2=-2x+2\Leftrightarrow x^3+3x=0\Leftrightarrow x(x^2+3)=0\Leftrightarrow x=0$

Vậy $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2.$

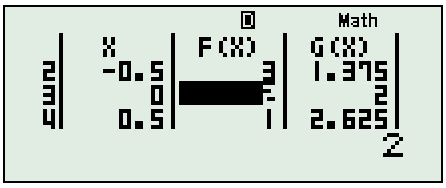
Vậy phương án đúng là C.

Cách 2: Dùng TABLE 2 hàm của CASIO FX 570VN PLUS hoặc VINCAL ES PLUS II

Nhập: $f\left(X\right) = -2X + 2; g\left(X\right) = X^3 + X + 2; Start = -1; End = 4; Step = \dfrac{4-\left(-1\right)}{10}$

Được bảng số liệu:

Dễ thấy khi $x = 0$ thì $f\left(x\right) = g\left(x\right) = 2$ nên giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\left(0;2\right) \Rightarrow y_0 = 2.$



Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$ **D.** $m = 1$

Lời giải

$y' = 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 + m\right) = 0 \quad \left(*\right)$

Hàm số có ba điểm cực trị khi phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0$.

Do $a = 1 > 0$ nên đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại có tọa độ $A\left(0;1\right)$, có hai điểm cực tiểu là $B\left(-\sqrt{|m|};1-m^2\right)$, $C\left(\sqrt{|m|};1-m^2\right)$.

Tam giác ABC là tam giác cân tại *A* để nó vuông tại *A* thì trung tuyến, cũng là đường cao phải bằng một nửa cạnh đáy, suy ra:

$m^2 = \dfrac{1}{2}.2\sqrt{|m|} \Leftrightarrow m^2 = \sqrt{|m|} \Leftrightarrow m^2 = \sqrt{-m} \Leftrightarrow m^4 + m = 0 \Leftrightarrow m\left(m^3 + 1\right) = 0 \Rightarrow m = -1$ (do *m < 0).*

Vậy phương án đúng là B.

Câu 9: Tìm các giá trị thực của tham số *m* sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của *m* thỏa mãn.

B. *m < 0.*

C. *m = 0.*

D. *m > 0.*

Lời giải

Đồ thị có hàm tiệm cận ngang nên phải tồn tại các hai giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$ và hai giới hạn này phải khác nhau và như thế hàm số phải xác định khi $x\to-\infty$ và $x\to+\infty$.

Suy ra: $mx^2+1>0$ khi $x\to+\infty$ và $x\to-\infty$ nên $m>0$, so sánh với các phương án thì ta thấy phương án D $m>0$ là thỏa mãn.

Vậy phương án đúng có thể là A hoặc D.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$

nên hàm có hai tiệm cận $y=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$ và $y=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Phương án đúng là D.

Có thể không cần tính giới hạn như sau: ta thay *m* bằng một giá trị dương tùy ý, ví dụ *m =1*.

Dùng CASIO tính giới hạn của hàm $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ tại $-\infty$ và $+\infty$ như sau:

Để tính giới hạn tại $+\infty$ ta cho x một giá trị vô cùng lớn ví như $x=10^6$ ta được: $y\approx 1$.

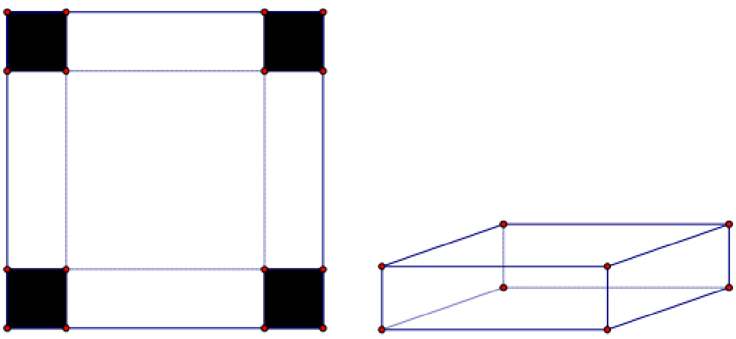
Suy ra: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}=1\Rightarrow y=1$ là một tiệm cận ngang.

Để tính giới hạn tại $-\infty$ ta cho x một giá trị vô cùng bé ví như $x=-10^6$ ta được: $y\approx -1$.

Suy ra: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}=-1\Rightarrow y=-1$ là một tiệm cận ngang.

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang và phương án D là chính xác!

Câu 10: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=6$ **B.** $x=3$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Lời giải

Diện tích mặt đấy của hộp là: $S=(12-2x)^2=4(6-x)^2\,(cm^2)$

Chiều cao của hộp là: $h=x\,(cm)$

Thể tích của hộp là: $V=Sh=4x(6-x)^2\,(cm^3)$ với $0<x<6\,(cm)$.

Đặt $t=6-x\Rightarrow 0<t<6$, được:

$V=f(t)=4t^2(6-t)=-4t^3+24t^2$, với $t\in(0;6)$.

Ta có: $f'(t)=-12t^2+48t=-12t(t-4)=0\Leftrightarrow t=0,t=4$. Chỉ $t=4\in(0;6)$.

$f(0)=0;f(4)=128;f(6)=0$

Vậy $V_{\max}=\max\limits_{(0;6)}f(t)=\max\limits_{[0;6]}f(t)=128\,(cm^3)$ khi $t=4$ hay khi $x=2\,(cm)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$ **B.** $m\le 0$ **C.** $1\le m<2$ **D.** $m\ge 2$

Lời giải

Đặt $t=\tan x\Rightarrow 0<t<1$. Ta có: $y=\dfrac{t-2}{t-m},t\in(0;1)$.

Trước tiên hàm số phải xác định với mọi $t\in(0;1)\Rightarrow m\le 0$ hoặc $m\ge 1$.

Hàm số bây giờ là hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất có: $D=-m+2$.

Do hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất luôn đồng biến hoặc nghịch biến, nếu đồng biến thì $D>0$, nghịch biến thì $D<0$ suy ra trong trường hợp này ta có: $D>0\Rightarrow m<2$.

Kết hợp lại ta được: $m\le 0$ hoặc $1\le m<2\Rightarrow$phương án đúng là A.

Câu 12: Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$ **B.** $x=65$ **C.** $x=80$ **D.** $x=82$

Lời giải

Sử dụng máy tính ta được ngay nghiệm của phương trình là $x=65$. Tuy nhiên, ta cũng có thể giải tay vì phương trình này rất dễ!

Điều kiện: $x>1$

$PT\Leftrightarrow x-1=4^3\Leftrightarrow x=4^3+1=65$.

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y=13^x$.

A. $y' = x.13^{x-1}$ **B.** $y' = 13^x.\ln 13$ **C.** $y' = 13^x$ **D.** $y' = \dfrac{13^x}{\ln 13}$

Lời giải

Ta có quy tắc: $\left(a^x\right) = a^x \ln a$ nên $y' = 13^x \ln 13$.

Câu 14: Giải bất phương trình $\log_2\left(3x-1\right) > 3$.

A. $x > 3$ **B.** $\dfrac{1}{3} < x < 3$ **C.** $x < 3$ **D.** $x > \dfrac{10}{3}$

Lời giải

Điều kiện: $x > \dfrac{1}{3}$

$BPT \Leftrightarrow \log_2\left(3x-1\right) > \log_2 8 \Leftrightarrow 3x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$ (do hàm $y = \log_a x$ với $a > 1$ là hàm đồng biến).

Vậy $x > 3$.

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2\left(x^2 - 2x - 3\right)$.

A. $D = \left(-\infty;-1\right) \cup \left[3;+\infty\right)$ **B.** $D = \left[-1;3\right]$

C. $D = \left(-\infty;-1\right) \cup \left(3;+\infty\right)$ **D.** $D = \left(-1;3\right)$

Lời giải

Ta biết rằng hàm số $y = \log_a x\left(a > 0, a \neq 1\right)$ xác định khi $x > 0$ nên điều kiện để hàm số đã cho xác định là: $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \left(-\infty;-1\right) \cup \left(3;+\infty\right)$.

Câu 16: Cho hàm số $f\left(x\right) = 2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f\left(x\right) < 1 \Leftrightarrow x + x^2\log_2 7 < 0$

B. $f\left(x\right) < 1 \Leftrightarrow x\ln 2 + x^2\ln 7 < 0$

C. $f\left(x\right) < 1 \Leftrightarrow x\log_7 2 + x^2 < 0$

D. $f\left(x\right) < 1 \Leftrightarrow 1 + x\log_2 7 < 0$

Lời giải

$f\left(x\right) < 1 \Leftrightarrow \log_2 f\left(x\right) < \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x + x^2\log_2 7 < 0$.

$f\left(x\right)<1\Leftrightarrow \ln f\left(x\right)<\ln 1\Leftrightarrow \ln\left(2^x.7^{x^2}\right)<0\Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 7<0$

$f\left(x\right)<1\Leftrightarrow \log_7 f\left(x\right)<\log_7 1\Leftrightarrow \log_7\left(2^x.7^{x^2}\right)<0\Leftrightarrow x\log_7 2+x^2<0$

Vậy phương án D là phương án sai.

Câu 17: Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\frac{1}{2}\log_a b$

B. $\log_{a^2}\left(ab\right)=2+2\log_a b$

C. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\frac{1}{4}\log_a b$

D. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$

Lời giải

Ta có: $\log_{a^\alpha} b=\frac{1}{\alpha}\log_a b\left(a,b>0,a\neq 1,\alpha\neq 0\right)$ nên:

$\log_{a^2}\left(ab\right)=\frac{1}{2}\log_a\left(ab\right)=\frac{1}{2}\log_a a+\frac{1}{2}\log_a b=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b.$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+1}{4^x}$.

A. $y'=\frac{1-2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $y'=\frac{1+2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $y'=\frac{1-2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $y'=\frac{1+2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Áp dụng công thức: $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ được:

$$y'=\frac{4^x-\left(x+1\right)4^x\ln 4}{\left(4^x\right)^2}=\frac{4^x\left[1-2\left(x+1\right)\ln 2\right]}{\left(4^x\right)^2}=\frac{1-2\left(x+1\right)\ln 2}{4^x}=\frac{1-2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{2x}}.$$

Câu 19: Đặt $a=\log_2 3,b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45=\frac{a+2ab}{ab}$

B. $\log_6 45=\frac{2a^2-2ab}{ab}$

C. $\log_6 45=\frac{a+2ab}{ab+b}$

D. $\log_6 45=\frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Lời giải

Dùng máy tính CASIO gán $A=\log_2 3; B=\log_5 3$, bấm thử các phương án ta thấy phương án C đúng!

Hoặc biến đổi thủ công sử dùng các tính chất của phép toán logarit:

$$\log_6 45 = 2\log_6 3 + \log_6 5 = \frac{2}{\log_3 6} + \frac{\log_3 5}{\log_3 6} = \frac{2+\dfrac{1}{\log_5 3}}{\log_3 2 + 1} = \frac{2+\dfrac{1}{\log_5 3}}{\dfrac{1}{\log_2 3}+1} =$$

$$= \frac{2+\dfrac{1}{b}}{\dfrac{1}{a}+1} = \frac{\dfrac{1+2b}{b}}{\dfrac{a+1}{a}} = \frac{a(1+2b)}{(a+1)b} = \frac{a+2ab}{ab+b}.$$

Câu 20: Cho hai số thực *a* và *b*, với $1<a<b$. Khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$

B. $1 < \log_a b < \log_b a$

C. $\log_b a < \log_a b < 1$

D. $\log_b a < 1 < \log_a b$

Lời giải

Cách 1: Thử với $a=2$, $b=3$ ta được:

$\log_2 3 \approx 1{,}585 > 1$; $\log_3 2 \approx 0{,}631 < 1$ như thế rõ ràng: $\log_3 2 < 1 < \log_2 3$

Vậy phương án đúng là D.

Cách 2: Ta có: $\log_a a < \log_a b \Leftrightarrow 1 < \log_a b$. Hơn nữa do: $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b} \Rightarrow \log_b a < 1$.

Vậy $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 21: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền *m* mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \dfrac{100.(1{,}01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \dfrac{(1{,}01)^3}{(1{,}01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \dfrac{100.(1{,}03)}{3}$ (triệu đồng)

D. $m = \dfrac{120.(1{,}12)^3}{(1{,}12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

Lời giải

Khi vay tiêu dùng tại ngân hàng, người ta thường có hai cách tính lãi suất:

+) Lãi suất trên dự nợ gốc.

+) Lãi suất trên dự nợ giảm dần (cách tính kiểu lãi kép đã được SGK đề cập).

Lãi suất trên dự nợ gốc là lãi sẽ được tính trên số tiền bạn vay ban đầu trong suốt thời hạn vay.

Ví như ông A vay 100 triệu với lãi suất 12%/năm, thì số tiền lãi ông phải trả hàng tháng luôn là: $\frac{100.0,12}{12}=100.0,01=1$ (triệu). Chú ý là theo thường lệ của các ngân hàng, thì vay với lãi suất 12%/năm,thì người ta sẽ tính lãi cho cả năm theo dự nợ rồi chia cho 12 để xác định số tiền lãi hàng tháng.. Như vậy có thể hiểu đơn giản là nếu vay với lãi suất 12%/năm thì hàng tháng bạn phải trả lãi suất là 1%/tháng.

Lãi suất trên dự nợ giảm dần là lãi sẽ chỉ tính trên số tiền thực tế khách hàng còn nợ.

Ví như ông A vay 100 triệu với lãi suất 12%/năm thì:

+) Số tiền lãi trong tháng đầu tiên là: 100.0,01 = 1 triệu.

+) Nếu ông trả thêm 10 triệu vào dự nợ gốc thì dư nợ còn lại là 100 – 10 = 90 (triệu đồng).

+) Khi đó số tiền lãi trong tháng thứ hai chỉ còn là: 90.0,01 = 900 (ngàn đồng).

Sau 1 tháng ông A hoàn nợ lần 1, các lần hoàn nợ tiếp theo sau đó 1 tháng. Ông trả hết tiền nợ sau 3 tháng, vậy ông hoàn nợ 3 lần.

Gọi *m* là số tiền ông hoàn nợ mỗi tháng. Chú ý *m* là số tiền ông hoàn nợ nghĩa là hàng tháng ông không trả lãi mà chỉ dùng số tiền này trả nợ gốc, và như thế tiền lãi sinh ra hàng tháng sẽ được cộng luôn vào nợ, để tính lãi cho tháng tiếp theo.

- Tháng thứ 1:

+) Tiền lãi tháng: $100.0,01$ (triệu đồng)

+) Dư nợ còn lại: $100+100.0,01-m=100.1,01-m$ (triệu đồng)

- Tháng thứ 2:

+) Tiễn lãi tháng: $\left(100.1,01-m\right).0,01$ (triệu đồng)

+)Dư nợ còn lại:

$\left(100.1,01-m\right)+\left(100.1,01-m\right).0,01-m=\left(100.1,01-m\right).1,01-m=100.\left(1,01\right)^2-1,01m-m$ (triệu đồng)

- Tháng thứ 3:

+) Tiền lãi tháng: $\left[100.\left(1,01\right)^2-1,01m-m\right].0,01$ (triệu đồng)

+) Dư nợ còn lại:

$$\left[100.\left(1,01\right)^2-1,01m-m\right]+\left[100.\left(1,01\right)^2-1,01m-m\right].0,01-m$$
$$=\left[100.\left(1,01\right)^2-1,01m-m\right].1,01-m=100.\left(1,01\right)^3-\left(1,01\right)^2m-1,01m-m$$

Ông trả hết nợ nên: $100.\left(1,01\right)^3-\left(1,01\right)^2m-1,01m-m=0$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2+1,01+1}=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01-1)(1,01^2+1,01+1)}=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

Chú ý: Ta đã nhân cả tử và mẫu với $0,01=1,01-1$ rồi áp dụng hằng đẳng thức:

$(a-1)(a^2+a+1)=a^3-1.$

Câu 22: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b$ $(a<b)$, xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx.$ **B.** $V=\int_a^b f^2(x)dx.$ **C.** $V=\pi\int_a^b f(x)dx.$ **D.** $V=\int_a^b |f(x)|dx.$

Lời giải

Phương án đúng là A. Câu này chỉ hỏi lý thuyết, học sinh chỉ cần ghi nhớ công thức, không cần tính toán gì.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}.$

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$ **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C.$

Lời giải

Đặt $u=\sqrt{2x-1}\Rightarrow u^2+1=2x\Rightarrow 2udu=2dx\Rightarrow udu=dx$.

$\int f(x)dx=\int u^2du=\frac{1}{3}u^3+C=\frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}+C=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$

Câu 24: Một ôtô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2 m **B.** 2m **C.** 10 m **D.** 20 m

Lời giải

Cách 1: Sử dụng kiến thức Vật Lý

Ta biết rằng vận tốc của một vật chuyển động thẳng biến đổi đều có dạng: $v=v_0+at$, trong đó v_0 là vận tốc khi bắt đầu chuyển động biến đổi đều còn *a* là gia tốc của vật.

Từ dạng của vận tốc ta suy ra: $v_0=10\,(m/s)$ và $a=-5\,(m/s^2)$, a và v_0 trái dấu, nên vật chuyển động chậm dần đều.

Sử dụng công thức liên hệ giữa quãng đường, vận tốc và gia tốc: $v^2 - v_0^2 = 2as$. Khi dừng lại thì vận tốc của vật bằng không nên $v = 0$, và ta có:

$$-v_0^2 = 2as \Rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{10^2}{2.(-5)} = 10\left(m\right).$$

Cách 2: Sử dụng kiến thức Toán học

Khi vật dừng lại thì $v = 0 \Rightarrow 5t + 10 = 0 \Rightarrow t = 2\left(s\right)$.

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là:

$$s = \int_0^2 v\left(t\right)dt = \int_2^3 \left(-5t + 10\right)dt = -5\int_2^3 tdt + 10\int_2^3 dt = -\frac{5}{2}t^2\Big|_0^2 + 10t\Big|_0^2 = 20 - 10 = 10\left(m\right).$$

Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x.\sin xdx$.

A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$ **B.** $I = -\pi^4$ **C.** $I = 0$ **D.** $I = -\frac{1}{4}$

Lời giải

Cách 1: Dùng máy tính ta được kết quả: $I = 0$.

Cách 2: Ta có:

$$I = -\int_0^{\pi} \cos^3 xd\left(\cos x\right) = -\frac{1}{4}\cos x\Big|_0^{\pi} = 0.$$

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_1^e x\ln xdx$.

A. $I = \frac{1}{2}$ **B.** $I = \frac{e^2 - 2}{2}$ **C.** $I = \frac{e^2 + 1}{4}$ **D.** $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

Lời giải

Cách 1: Dùng máy tính ta được kết quả: $I = \frac{e^2 + 1}{4}$

Cách 2: Tích phân từng phần

Đặt: $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

Ta có: $I = \int_1^e udv = uv\Big|_1^e - \int_1^e vdu$

Hay: $I=\left.\dfrac{x^2\ln x}{2}\right|_1^e-\dfrac{1}{2}\int\limits_1^e xdx=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{1}{4}x^2\Big|_1^e=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{e^2+1}{4}$.

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\dfrac{37}{12}$ **B.** $\dfrac{9}{4}$ **C.** $\dfrac{81}{12}$ **D.** 13

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow x\left(x^2+x-2\right)=0\Leftrightarrow x=-2,x=0,x=1.$

$$S=\int\limits_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|dx=\left|\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx\right|+\left|\int\limits_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)dx\right|=\frac{37}{12}.$$

Câu 28: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi xoay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=4-2e$ **B.** $V=(4-2e)\pi$ **C.** $V=e^2-5$ **D.** $V=\left(e^2-5\right)\pi$

Lời giải

Giao điểm của đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình: $2(x-1)e^x=0\Leftrightarrow x=1.$

Thể tích khối tròn xoay là: $V=\pi\int\limits_0^1 y^2dx=4\pi\int\limits_0^1(x-1)^2e^{2x}dx=4\pi I$

Cách 1: Dùng máy tính ta tính được: $V=\left(e^2-5\right)\pi$

Cách 2:

Đặt $\begin{cases}u=(x-1)^2\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2(x-1)dx\\v=\dfrac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

$$I=\left.\frac{(x-1)^2e^{2x}}{2}\right|_0^1-\int\limits_0^1(x-1)e^{2x}dx=-\frac{1}{2}-I_1$$

Đặt $\begin{cases}u=x-1\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\dfrac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

$$I_1 = \left.\frac{(x-1)e^{2x}}{2}\right|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx = \frac{1}{2} - \left.\frac{1}{4}e^{2x}\right|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3-e^2}{4}.$$

Suy ra: $I = -\frac{1}{2} - \frac{3-e^2}{4} = \frac{e^2-5}{4} \Rightarrow V = 4\pi I = \left(e^2-5\right)\pi.$

Câu 29: Cho số phức $z = 3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 2*i*.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2*i*.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Lời giải

Ta có: $\bar{z} = 3+2i \Rightarrow$ phần thực là 3, phần ảo là 2 (không phải 2*i*).

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $|z_1+z_2| = \sqrt{13}$ **B.** $|z_1+z_2| = \sqrt{5}$ **C.** $|z_1+z_2| = 1$ **D.** $|z_1+z_2| = 5$

Lời giải

Cách 1: Dùng máy tính CASIO ta được ngay kết quả: $|z_1+z_2| = \sqrt{13}$

+) Bước 1: Chuyển sang chế độ số phức MODE + 2

+) Nhấn SHIFT + hyp sau đó nhập $1+i+3-2i$, rồi nhấn dấu = được kết quả $\sqrt{13}$.

Cách 2: $z_1+z_2 = 3-2i \Rightarrow |z_1+z_2| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}.$

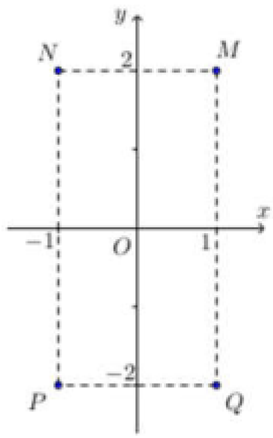
Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm *M, N, P, Q* ở hình bên?

A. Điểm P.

B. Điểm Q.

C. Điểm M.

D. Điểm N.



Lời giải

$(1+i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1+i} \overset{CASIO}{=} 1-2i \Rightarrow z$ được biểu diễn bởi điểm $(1;-2)$ đó là điểm Q trên hình.

Câu 32: Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

A. $w=7-3i$ **B.** $w=-3-3i$ **C.** $w=3+7i$ **D.** $w=-7-7i$

Lời giải

Nhập trực tiếp vào máy tính: $w=i\left(2+5i\right)+2-5i=-3-3i.$

Câu 33: Kí hiệu z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=\left|z_1\right|+\left|z_2\right|+\left|z_3\right|+\left|z_4\right|$.

A. $T=4.$ **B.** $T=2\sqrt{3}$ **C.** $T=4+2\sqrt{3}$ **D.** $T=2+2\sqrt{3}$

Lời giải

Ta có $z^4-z^2-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=4\\z^2=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_{1,2}=\pm2\\z_{3,4}=\pm i\sqrt{3}\end{array}\right.\Rightarrow\begin{cases}\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=2\\\left|z_3\right|=\left|z_4\right|=\sqrt{3}\end{cases}$

Suy ra: $T=4+2\sqrt{3}.$

Câu 34: Cho các số phức z thỏa mãn $\left|z\right|=4.$ Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=\left(3+4i\right)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=4.$ **B.** $r=5.$ **C.** $r=20.$ **D.** $r=22.$

Lời giải

$w=\left(3+4i\right)z+i\Leftrightarrow w-i=\left(3+4i\right)z$.

Gọi M là điểm biểu diễn w, $N\left(0;1\right)$ là điểm biểu diễn i, khi đó độ dài MN bằng môđun của $w-i$.

Mặt khác: $\left|w-i\right|=\left|\left(3+4i\right)z\right|=\left|3+4i\right|.\left|z\right|=5.4=20$.

Vậy M thuộc đường tròn tâm $N\left(0;1\right)$ bán kính $r=20.$

Câu 35: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=a^3.$ **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$

Lời giải

Gọi b là cạnh của khối lập phương thì: $AC'=b^2+b^2+b^2=3b^2\Rightarrow AC'=\sqrt{3}b\Rightarrow b=a.$

Suy ra: $V=b^3=a^3.$

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a.$ Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $V=\sqrt{2}a^3$ **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}\sqrt{2}a.a^2=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB,AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a,AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi *M, N, P* tương ứng là trung điểm các cạnh *BC, CD, DB.* Tính thể tích *V* của tứ diện *AMNP.*

A. $V=\frac{7}{2}a^3$ **B.** $V=14a^3$ **C.** $V=\frac{28}{3}a^3$ **D.** $V=7a^3$

Lời giải

Ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.AC.AD=28a^3$.

Dễ thấy tam giác *MNP* được tạo nên bởi các đường trung bình của tam giác BCD chúng đồng dạng với nhau, tỉ số đồng dạng là 1/2, suy ra:

$\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}}=\frac{S_{MNP}}{S_{BCD}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{AMNP}=7a^3$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\frac{2}{3}a.$ **B.** $h=\frac{4}{3}a.$ **C.** $h=\frac{8}{3}a$ **D.** $h=\frac{3}{4}a.$

Lời giải

Gọi *H* là hình chiếu của *S* xuống *ABCD* thì dễ thấy *H* là trung điểm *AD.*

Khoảng cách từ S tới mặt phẳng $ABCD$ là: $SH=\frac{3.\frac{4}{3}a^3}{2a^2}=2a.$

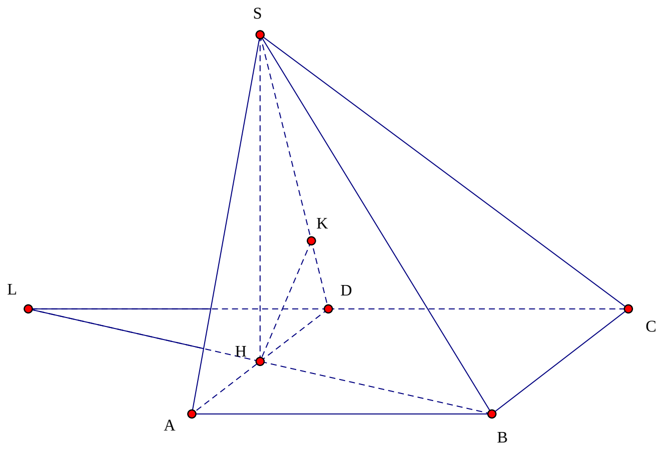
Trong mặt phẳng SAD hạ HK vuông góc với SD thì HK vuông góc với (SCD). Gọi h là khoảng cách từ B đến (SCD) thì:

$$\frac{h}{HK}=\frac{BL}{HL}=2\Rightarrow h=2HK.$$

Ta có: $SD=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{2}}=\frac{3a}{\sqrt{2}}$.

$$HK=\frac{SH.HD}{SD}=\frac{2a.\frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{3a}{\sqrt{2}}}=\frac{2a}{3}$$

Do đó: $h=\frac{4a}{3}$.



Câu 39: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $AC=\sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh ℓ của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $\ell=a.$ **B.** $\ell=\sqrt{2}a.$ **C.** $\ell=\sqrt{3}a.$ **D.** $\ell=2a.$

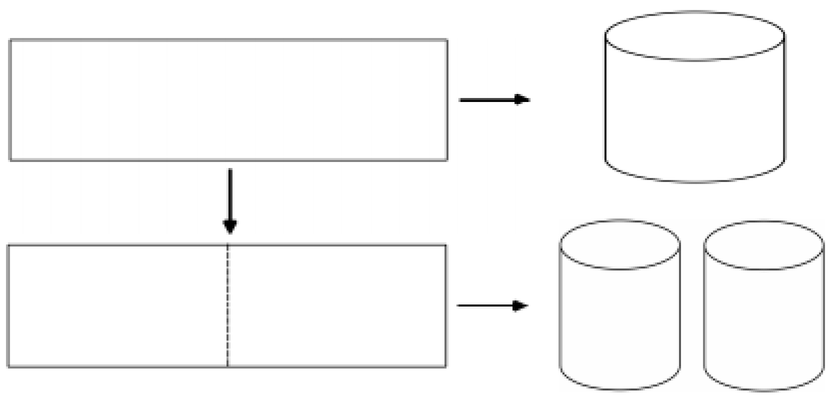
Lời giải

Ta có $\ell=BC=\sqrt{3a^2+a^2}=2a.$

Câu 40: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm x 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=2$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$

Lời giải

Do chiều cao của các thùng là như nhau nên tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng tỉ số tổng diện tích đáy thùng.

Ta có chu vi đường tròn là $C=2\pi R$ và diện tích hình tròn là $S=\pi R^2$, từ đó ta có mối liên hệ:

$$S=\pi R^2=\pi\frac{C^2}{4\pi^2}=\frac{C^2}{4\pi}\Rightarrow\frac{S_1}{S_2}=\frac{C_1^2}{C_2^2}=4\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{S_1}{2S_2}=2.$$

Câu 41: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *AD* và *BC*. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục *MN*, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=4\pi$ **B.** $S_{tp}=2\pi$ **C.** $S_{tp}=6\pi$ **D.** $S_{tp}=10\pi$

Lời giải

$$S_{tp}=S_{xq}+S_{đáy}=AB.\pi.AD+2.\pi\left(\frac{AD}{2}\right)^2=2\pi+2\pi=4\pi.$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

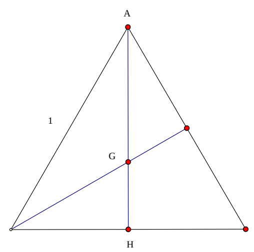
A. $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ **B.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ **D.** $V=\frac{5\pi}{3}$

Lời giải

Dễ thấy bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$r=\sqrt{AG^2+GH^2}=\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{12}}=\frac{\sqrt{15}}{6}.$$

$$\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$



Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-z+2=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_4}=(-1;0;-1)$ **B.** $\vec{n_1}=(3;-1;2)$

C. $\vec{n_3}=(3;-1;0)$ **D.** $\vec{n_2}=(3;0;-1)$

Lời giải

Phương án D.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9.$$

Trong tọa độ tâm *I* và tính bán kính *R* của *(S)*.

A. $I(-1;2;1), R=3.$ **B.** $I(1;2;-1), R=3.$ **C.** $I(-1;2;1), R=9.$ **D.** $I(1;-2;-1), R=9.$

<u>Lời giải</u>

Phương án A.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ *A* đến *(P)*.

A. $d=\frac{5}{9}.$ **B.** $d=\frac{5}{29}.$ **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}.$ **D.** $d=\frac{\sqrt{5}}{3}.$

<u>Lời giải</u>

$$d=\frac{|3.1+4.(-2)+2.3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$$\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}.$$

Xét mặt phẳng *(P)*: $10x+2y+mz+11=0$, *m* là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của *m* để mặt phẳng *(P)* vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=-2.$ **B.** $m=2.$ **C.** $m=-52.$ **D.** $m=52.$

<u>Lời giải</u>

Ta có: $\vec{n}_P=(10;2;m)$; $\vec{u}_\Delta=(5;1;1)$. $(P)\perp\Delta\Leftrightarrow\vec{n}_P//\vec{u}_\Delta\Leftrightarrow\frac{10}{5}=\frac{2}{1}=\frac{m}{1}\Leftrightarrow m=2.$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua *A* và vuông góc với đường thẳng *AB*.

A. $x+y+2z-3=0.$ **B.** $x+y+2z-6=0.$ **C.** $x+3y+4z-7=0.$ **D.** $x+3y+4z-26=0.$

<u>Lời giải</u>

$\overrightarrow{AB}=(1;1;2)\Rightarrow\vec{n}_{(P)}=(1;1;2)\Rightarrow(P):x+y+2z-3=0.$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8.$ **B.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10.$

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8.$ **D.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10.$

Lời giải

Khoảng cách từ tâm mặt cầu I đến *(P)*: $d=3 \Rightarrow$ bán kính mặt cầu R phải lớn hơn $3 \Rightarrow R^2>9 \Rightarrow$ phương án D. Hoặc có thể làm tường minh hơn: $R^2=d^2+1^2=10 \Rightarrow$ phương án D.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua *A*, vuông góc và cắt d.

A. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}.$ **B.** $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}.$

C. $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}.$ **D.** $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}.$

Lời giải

Gọi $H(1+t;t;2t-1)$ là hình chiếu của *A* xuống d. Khi đó:

$$\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow t+t+2(2t-3)=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1;1;-1)$$

Do đó: $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}.$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 7 mặt phẳng. **D.** Có vô số mặt phẳng.

Lời giải

Dễ kiểm tra thấy A, B, C, D không đồng phẳng và nó tạo thành một tứ diện.

Có các trường hợp sau:

- Mặt phẳng qua trung điểm của các cạnh bên xuất phát từ một đỉnh sẽ song song với mặt đáy, và cách đều đỉnh và đáy, nên cách đều 4 điểm A, B, C, D. Có 4 đỉnh nên sẽ có 4 mặt phẳng như vậy.

- Mặt phẳng qua trung điểm của hai cặp cạnh chéo nhau và song song với 2 cặp cạnh chéo nhau còn lại sẽ cách đều 4 điểm A, B, C, D. Bởi tứ diện có 6 cạnh, nên có 3 cặp cạnh chéo nhau và do đó có 3 mặt phẳng như vậy.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu.