**IV. MẶT CẦU TRONG KHÔNG GIAN**

**Bài 1:** Trong các phương trình sau đây, phương trình nào là phương trình của mặt cầu, khi đó chỉ rõ toạ độ tâm và bán kính của nó:

1/ *x*2 *y*2 *z*2 2*x*  4*y*  6*z*  2 0

2/ *x*2 *y*2 *z*2 2*x*  4*y*  2*z*  9 0

3/ 3*x*2 3*y*2 3*z*2 6*x*  3*y* 9*z*  3 0

4/ *x*2 *y*2 *z*2 4*x*  2*y*  5*z*  7 0

5/ 2*x*2 *y*2 *z*2 *x*  *y*  2 0

***ĐS***: 1/ I(1;2;-3) và R = 2 3 2/ Không là phương trình mặt cầu

3/ I(1;-1/2;3/2) và R = 31

12

5/ Không là phương trình mặt cầu

4/ I(2;1;-5/2) và R = 17

4

**Bài 2:** Lập phương trình mặt cầu (S) biết :

1/ Tâm I(2,1,-1), bán kính R=4.

2/ Đi qua điểm A(2,1,-3) và tâm I(3,-2,-1).

3/ Đi qua điểm A(-1,3,0) ,B(1,1,0) và tâm I thuộc 0x.

4/ Hai đầu đường kính là A(-1,2,3), B(3,2,-7)

***ĐS:*** 1/ (x -2)2 + (y – 1)2 + ( z + 1)2 = 16 2/(x – 3)2 + ( y + 2)2 + (z + 1)2 = 14

3/ (x + 2)2 + y2 + z2 = 10 4/ (x – 1)2 + (y – 2)2 + (z +2)2 = 29

**Bài 3:** Viết phương trình mặt cầu (S) biết :

1/Tâm I(1,2,-2) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): 6x - 3y + 2z - 11= 0.

2/Tâm I(1,4,-7) và tiếp xúc với mặt phẳng (P) : 6x + 6y - 7z + 42 = 0.

3/Bán kính R = 9 và tiếp xúc với (P): x + 2y + 2z + 3 = 0 tại điểm M(1,1,-3).

***ĐS:*** 1/ (x - 1)2 + (y – 2)2 + ( z + 2)2 = 2/ (x -1)2 + (y – 4)2 + ( z + 7)2 = 121

3/ (S1) : (x -4)2 + (y – 7)2 + ( z - 9)2 = 81 (S2) : (x + 2)2 + (y + 5)2 + ( z + 7)2 = 81

**Bài 4 :** Viết phương trình mặt cầu :

1/Có tâm O(0;0;0) và tiếp xúc với mặt cầu (S) có tâm (3;-2;4) và bán kính bằng1

2/ Có tâm I(2;-1;3) và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ

***ĐS:*** 1/ x2 + y2 + x2 = 30 2 29

2/ (x – 2)2 + (y + 2)2 + (z – 4)2 = 9 (x – 2)2 + (y + 2)2 + (z – 4)2 = 1 (x – 2)2 + (y + 2)2 + (z – 4)2 = 4

**Bài 5 :**

1/Viết phương trình mặt cầu đi qua A(1;2;-4);B(1;-3;1);C(2;2;3) và có tâm nằm

trong mặt phẳng (0xy)

2/ Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm A(3;-1;2), B(1;1;-2) và có tâm

thuộc 0z

3/Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2),D(2;2;1)

***ĐS:***1/ (x + 2)2 + (y – 1)2 + z2 = 26 2/ x2 + y2 + (z – 1)2 = 11

3/ x2 + y2 + z2 – 3x – 3y – 3z + 6 = 0

**Bài 6:** Viết phương trình mặt cầu có tâm I trên đường thẳng (d) và tiếp xúc với hai mặt phẳng biết:

*d* :  *x* 2  *y* 1  *z* 1 ; *P*  :x + 2y - 2z – 2 = 0. và *P* :x + 2y - 2z + 4 = 0.

3 2 2 1 2

***ĐS*:** (x + 1)2 + (y – 3)2 + ( z - 3)2 = 1

**Bài 7 :** Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm I(2;3;-1) và cắt đường thẳng

(d) :x = 2t; y = 11/2 + t; z = -14 – 2t tại hai điểm A và B sao cho đoạn AB = 16 .

***ĐS:*** (x – 2)2 + (y – 3)2 + (z + 1)2 = 289

**Bài 8 :** Lập phương trình mặt phẳng () tiếp xúc với mặt cầu

(S) :x2 + y2 + z2 – 10x + 2y + 26z -113 = 0 và song song với hai đường thẳng

(d1) :x = -5 + 2t ; y = 1 – 3t ; z = -2 + 2t và (d2) : x = -7 +3t ; y = -1 – 2t ; z = 8

***ĐS:*** 4x + 6y + 5z + 205 = 0 và 4x + 6y + 5z – 103 = 0

**Bài 9 :** Cho mặt phẳng () : 3x + 4z – 1 = 0 và điểm I(1;2;3).

1/ Lập phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng ().

2/ Tìm toạ độ tiếp điểm A

***ĐS:*** 1/ (x - 1)2 + (y – 2)2 + (z + 3)2 = 4 2/ A(11/5;2;-7/5)

**Bài 10 :** Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho 3 điểm A(2;0;1); B(1;0;0); C(1;1;1)

và mặt phẳng (P): x + y + z – 2 = 0 . Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm

A,B,C có tâm thuộc mặt phẳng (P)

***ĐS:*** x2 + y2 + z2 – 2x – 2z + 1 = 0

**Bài 11:**Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng

(Q) :x + y + 2z + 1 = 0 và tiếp xúc với mặt cầu

(S):x2 + y2 z2 – 2x + 4y – 6z + 8 = 0

***ĐS:*** x + y + 2z – 11 = 0

**Bài 12:** Trong không gian Oxyz ,cho 4 điểm A(2;4;-1), B(1;4;-1), CSDL(2;4;3), D(2,2,-1).

1/ Viết phương trình tham số của đường vuông góc chung của hai đường thẳng AB và CD.Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (ABD).

2/ Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A,B,C,D. Viết phương trình

tiếp diện ( ) của mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (ABD).

***ĐS:*** 1/ (x = 2; y = 4 – 2t ; vectơ = -1 +t), sin =

5 .

5

2/ *x*2 *y*2 *z*2 3*x*  6*y*  2*z*  0 ; tiếp diện:

*z*  21 2 ; *z*  21 2 )

2 2

**Bài 13:**Trong không gian Oxyz ,cho 4 điểm A(1;-1;2), B(1;3;2), CSDL(4;3;2), D(4;-1;2).

1/Chứng minh A,B,C,D đồng phẳng.

2/Gọi A’ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (Oxy). Hãy viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A’ ,B,C,D.

3/Viết phương trình tiếp diện ( ) của mặt cầu (S) tại điểm A’ .

***ĐS:*** 2/ *x*2 *y*2 *z*2 5*x*  2*y*  2*z*  0;

3/ 3x + 4y + 2z = 0

**Bài 14:**Trong không gian Oxyz ,cho bốn điểm A(4;3;2), B(3;0;0), C(0;3;0), D(0;0;3).

1/Viết phương trình đường thẳng đi qua A và trọng tâm G của tam giác BCD.

2/Viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng đi qua ba điểm

B,C,D.

***ĐS:*** 1/

*x* 1  *y* 1 *z* 1

2/ (*x*  4)2 (*y*  3)2 (*z*  2)2 12 .

3 2 1

**Bài 15:** Trong không gian Oxyz ,cho điểm E(1;2;3) và mặt phẳng (P) có phương trình

x +2y–2z +6 = 0

1/Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với (P).

2/Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua E và vuông góc với (P).

***ĐS:*** 1/ (S):

**Bài 16 :**

*x*2 *y*2 *z*2 4

2/ (d): x = 1 + t; y = 2 + 2t; z = 3 – 2t

1/Cho phương trình x2 + y2 + z2 – 4mx + 4y + 2mz + m2 + 4m = 0 . Xác định m để nó là phương trình của một mặt cầu . khi đó , tìm m để bán kính mặt cầu là nhỏ nhất

2/Cho phương trình : x2 + y2 + z2 + 2x cos - 2ysin - 4z – (4 + sin2) = 0 . Xác định để phương trình trên là phương trình trên là phương trình của một mặt cầu . Khi đó, tìm để bán kính mặt cầu là nhỏ nhất , lớn nhất .

***ĐS:*** 1/ m và Rmin = 3 khi m = ½

2/ và Rmin = 3 khi = k ( kZ); Rmax = 10 khi = /2 + l ( lZ)

**Bài 17 :**Cho hai mp(P) và (Q) vuong góc với nhau, có giao tuyến là . Trên lấy hai điếm A và B với AB = a. Trong mp(P) lấy điểm (C), trong mp(Q) lấy điểm D

sao cho AC, BD cùng vuông góc với và AC = BD = AB. Tính bán kính mặt cầu ngọai tiếp tứ diện ABCD và tính khỏang cách từ A đến mp(BCD) theo a.

**Bài 18 :**Cho mặt cầu (S) có phương trình: (x – 1)2 + (y -2)2 + (z +1)2 = 25 và mặt

phẳng ( ) có phương trình: 2x+2y–z+5=0.

a/Viết phương trình tiếp diện của (S) biết tiếp diện đó song song với ( )

b/ Viết phương trình tiếp diện của (S) biết tiếp diện đó vuông góc với

*x*  2 *t*

: *y*  1 2*t*

*z*  1 *t*

c/ Chứng minh rằng (S) và ( ) cắt nhau theo một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

**Bài 19 :**Cho A(-2; 6;3); B(1; 0; 6); C(0; 2; -14); D(1; 4; 0)

a/Viết phương trình mặt phẳng (ABC) từ đó suy ra ABCD là một tứ diện.

b/Tính độ dài chiều cao DH của tứ diện.

c/Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với CD

d/Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

e/Tính côsin của góc tạo bởi AB và CD.

**Bài 20 :**Lập phương trình mặt cầu trong hai trường hợp sau đây:

a/Có đường kính AB với A(3;-1;3),B(1;3;5)

b/Đi qua điểm A(4;3;-2) và có tâm I(3;1;2)

**Bài 21 :**Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm B(1;-3;2) và mặt phẳng (P) có

phương trình : -x-2y+z-1=0

a/Tìm tọa độ hình chiếu B trên (P) .

b/Viết phương trình mặt cầu tâm B tiếp xúc (P).

**Bài 22 :**Thiết lập phương trình của mặt phẳng (P) chứa đường thẳng:

*d* :  *x* 13  *y*  1  *z*

và tiếp xúc mặt cầu:

1 2 4

(*S*) : 2*x*2 2*y*2 2*z*2 4*x*  8*y* 12*Z* 134 0

**Bài 23 :**Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho các điểm A(-1;-1;4) và

B(1;-1;-2) . Viết phương trình mặt cầu (S) qua A,B tiếp xúc với mặt phẳng

Oxy và có tâm nằm trên mặt phẳng Oyz.

**Bài 24 :**Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm A(-1;3;2) và mặt phẳng (P) có

phương trình : x - 2y + z – 1 = 0 a/Tìm tọa độ hình chiếu A trên (P) .

b/Viết phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc (P).

**Bài 25 :**Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho 4 điểm A(4;1;0);B(0;1;6);

C(6;-2;3);D(2;0;-1).

a/CMR:A,B,C,D là 4 đỉnh tu dien và tính thể tích tứ diện ABCD.

b/Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD. Xác định toạ độ tâm I

và tính bán kính mặt cầu đó.

c/Viết phương trình đường tròn qua 3 điểm A,B,C . Tìm toạ độ tâm và tình bán kính của nó.

**Bài 26 :**Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình:

*x*2 *y*2 *z*2 2*x*  4*y*  6*z*  0

a/Tìm tọa độ giao điểm của (S) với đường thẳng đi qua hai điểm M(1;1;1) và

N(2;-1;5)

b/Viết phương trình các mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu (S) tại giao điểm đó.

**Bài 27 :**Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A(-1;-2;-3) cắt mặt cầu

(S): (*x* 1)2 (*y*  2)2 (*z*  3)2 14 theo một đường tròn giao tuyến có bán kính nhỏ nhất

**Bài 28 :**Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình:

*x*2 *y*2 *z*2 2*x*  4*y*  6*z*  0

a/ Tìm tọa độ tâm và tính bán kính mặt cầu .

b/ Xét vị trí tương đối của mặt cầu (S)và mặt phẳng (P): x + y – z + k = 0 tùy

theo giá trị của k